PHYSIKALISCHE ZEITSCHRIFT

vereinigt mit dem

JAHRBUCH DER RADIOAKTIVITÄT UND ELEKTRONIK

Nr. 7 — 1. April 1929 — 30. Jahrgang

Redaktionsschluß für Nr. 9 am 15. April 1929.

INHALT:

Zusammenfassende Berichte:
L. Nordheim, Die Theorie der Elektronenemission der Metalle. S. 177.
Originalmitteilungen:
F. Maske, Beitrag zur Herstellung konstanter Schwingungsfrequenzen eines Röhrengenerators. S. 197.
H. Lorenz, Der laminare Bewegungswiderstand. S. 201.
M. A. Lewitsky und M. A. Lukomsky, Das Thermoelement *Te/Bi* und seine praktischen Anwendungen. S. 203.
Vorträge von der Tagung des Gauvereins Sachsen-Thüringen-Schlesien der Deutschen Physikalischen Gesellschaft in Leipzig am 19. und 20. Januar 1929.
H. Teichmann, Über die Höchstgeschwindigkeit lichtelektrischer Elektronen im selektiven Empfindlichkeitsbereich des Kaliums. S. 206.
L. Bergmann u. W. Düring, Experimentelle Untersuchungen der Veränderung der Dielektrizitätskonstante eines verdünnten Gases durch Elektronen. S. 206.
H. Senftleben u. Ottilie Richemeier, Experimentelle Untersuchungen über den Reaktionsverlauf bei der Bildung von molekularem Wasserstoff aus den Atomen. S. 206.
K. Schuster u. E. Waetzmann, Über den Nachhall in geschlossenen Räumen. S. 207.
Besprechungen:
W. Voigt, Lehrbuch der Kristallphysik. S. 207.
W. Grotrian, Graphische Darstellung der Spektren von Atomen und Ionen mit ein, zwei und drei Valenzelektronen. S. 207.
Tagesereignisse. S. 208.
Personalien. S. 208.
Angebote. S. 208.

ZUSAMMENFASSENDE BERICHTE.

Besorgt von R. Seeliger.

Die Theorie der Elektronenemission der Metalle.

Von Lothar Nordheim.

Inhalt.

Einleitung.
I. Abschnitt: Die theoretischen Grundlagen.
§ 1. Der Zustand der Elektronen in den Metallen.
§ 2. Das Verteilungsgesetz der die Oberfläche treffenden Elektronen.
§ 3. Die Theorie des Reflexionskoeffizienten.
II. Abschnitt: Die Deutung der Emissionsvorgänge.
§ 4. Die Glühelektronenemission reiner Oberflächen.
§ 5. Die Wirkung elektrischer Felder; kalte Emission.
§ 6. Der Photoeffekt.
§ 7. Der Einfluß von Oberflächenschichten.
Schlußbemerkungen.
Literaturverzeichnis.

Einleitung.

Durch die Arbeiten von Pauli (1), Sommerfeld (2) und anderen ist die Theorie der Metallelektronen in der letzten Zeit weitgehend entwickelt worden. Neben vielen sonstigen Erfolgen ist insbesondere das Gebiet der Elektronenemission bereits zu einem gewissen Abschluß gelangt. Wie in diesem Bericht zu zeigen versucht werden soll, lassen sich alle hierher gehörigen Phänomene zum mindesten qualitativ, großenteils aber auch schon quantitativ beherrschen. Eine genaue Diskussion von ihnen erscheint um so wichtiger, als man das Gelingen der Erklärung der Emissionsvorgänge als einen direkten Beweis für die Richtigkeit der zugrunde liegenden Vorstellungen über die Natur der Metalle ansehen kann. Insbesondere erscheint das Fermi-Diracsche Verteilungsgesetz und damit auch die Nullpunktsenergie des Elektronengases als einwandfrei erwiesen. Es sollen dementsprechend diejenigen Dinge besonders besprochen werden, die einen Aufschluß über das Verteilungsgesetz zu geben versprechen.

Um die Metalle zur Emission von Elektronen zu veranlassen, muß, da sie ja unter normalen Umständen stabil sind, ein äußerer physikalischer Eingriff an ihnen vorgenommen werden. Die zu erklärenden Effekte lassen sich nach diesen Eingriffsmöglichkeiten gruppieren, und zwar haben wir als solche:

1. die Temperatur, d. h. die Glühelektronenemission;
2. elektrische Felder, d. h. die kalte Entladung;
3. elektrische Wellen, d. h. den Photoeffekt.

Diese Einflüsse können natürlich auch kombiniert wirken. Ferner werden alle Effekte bekanntlich

sehr stark beeinflußt durch Veränderungen der Oberfläche, z. B. durch monomolekulare Schichten, und es ist auch diesen Rechnung zu tragen.

Damit sind aber, wenn wir von Korpuskularstrahlen absehen, alle Möglichkeiten erschöpft, und unser Anspruch der vollständigen Beschreibung findet seine Rechtfertigung darin, daß eben die genannten Effekte sämtlich behandelt werden können.

Die Theorie zerfällt nun in zwei Teile, nämlich erstens die Berechnung des Verteilungsgesetzes der auf die Oberfläche der Metalle von innen auftreffenden Elektronen nach der Quantenstatistik, und zweitens die Berechnung des Transmissionskoeffizienten für den Durchtritt durch die Oberfläche, der von den speziellen Bedingungen abhängt und aus der Quantenmechanik gewonnen werden kann.

Ist also $N(W)$ die Zahl der mit der Energie W der Normalkomponente der Geschwindigkeit (es wird sich herausstellen, daß nur diese maßgebend ist) in der Zeiteinheit die Flächeneinheit der Oberfläche treffenden Elektronen, und $D(W)$ ihr Transmissionskoeffizient, d. h. die Wahrscheinlichkeit, daß ein solches Elektron durchgelassen wird, so ist die Dichte des Emissionsstromes offenbar

$$i = e\int_0^\infty N(W)\, D(W)\, dW, \tag{1}$$

wenn e die Elementarladung ist.

Wir werden nun in Abschnitt I zunächst die allgemeinen Gesetze der Verteilung und der Transmission entwickeln, und sie dann in Abschnitt II auf die genannten Effekte anwenden.

I. Abschnitt.

Die theoretischen Grundlagen.

§ 1. Der Zustand der Elektronen in den Metallen (1), (2).

Zunächst müssen wir die Grundvorstellungen der jetzigen Theorie der Metallelektronen rekapitulieren, ohne sie natürlich an dieser Stelle genauer begründen zu können. Nach ihr ist einer großen Zahl von Elektronen, nämlich 1 oder 2 usw. pro Atom, je nach der Natur des betrachteten Metalles, ein höherer Grad von Freiheit zuzuschreiben als den gewöhnlichen gebundenen Elektronen. Jedem dieser Elektronen läßt sich nun ein ganz bestimmter Translationsimpuls zuordnen, trotzdem sie dem starken, räumlich periodischen Kraftfeld des Metallionengitters unterworfen sind. Dies ist unter allgemeinsten Voraussetzungen von Bloch (3) bewiesen worden. Ein Elektron bewegt sich solange „frei", bis es durch eine Störung im Gitter, die entweder durch die Wärmebewegung oder durch fremde Beimischungen verursacht sein kann, zu einem Sprung in eine andere Bahn veranlaßt wird. Für unsere Zwecke können wir jedoch von diesen Streuprozessen absehen, und die Elektronen als ganz frei behandeln, da die freien Weglängen, wie sich aus der Theorie der Leitfähigkeit ergibt (vgl. z. B. Sommerfeld l. c. (2)) sehr groß, nämlich von der Ordnung einiger 100 Atomabstände werden. Die gegenwärtige Theorie berührt sich hier mit den Vorstellungen von Bridgman (4), der solche Weglängen schon lange zur Erklärung seiner experimentellen Resultate gefordert hatte.

In einem endlich ausgedehnten Raumstück gibt es ferner nur eine endliche Zahl von diskreten Quantenzuständen, und da es sich um Elektronen handelt, ist für diese das Paulische Prinzip anzuwenden, das besagt, daß jeder stationäre Zustand nicht von mehr als G Elektronen besetzt werden darf. G ist dabei das statistische Gewicht eines Quantenzustandes, und zwar gleich zwei für Translationszustände von Elektronen infolge der zwei möglichen Spin-Orientierungen.

Das Verteilungsgesetz der Geschwindigkeiten ergibt sich aus den genannten Voraussetzungen zu (siehe z. B. Sommerfeld l. c. (2))

$$f(\xi,\eta,\zeta)\, d\xi\, d\eta\, d\zeta = \frac{2m^3}{h^3}\, \frac{d\xi\, d\eta\, d\zeta}{e^{\frac{m}{2}(\xi^2+\eta^2+\zeta^2)/kT+\alpha}+1}, \tag{2}$$

wenn ξ, η, ζ die Geschwindigkeitskomponenten in der x bzw. y, z-Richtung sind. m ist die Elektronenmasse, h die Plancksche Konstante. Die Größe α ist ferner festgelegt durch die Bedingung, daß das Integral über alle Zustände

$$\iiint_{-\infty}^{+\infty} f(\xi,\eta,\zeta)\, d\xi\, d\eta\, d\zeta = n, \tag{3}$$

die Gesamtzahl n der Elektronen in der Volumeneinheit liefern muß.

Man erhält die Formel (2), indem man die Zahl

$$Z(\xi,\eta,\zeta)\, d\xi\, d\eta\, d\zeta = \frac{Vm^3}{h^3}\, d\xi\, d\eta\, d\zeta \tag{4}$$

der Quantenzustände in dem Impulsbereich $d\xi\, d\eta\, d\zeta$ mit der Wahrscheinlichkeit

$$n_s = \frac{2}{e^{W_s/kT+\alpha}+1}, \tag{5}$$

daß sich ein Elektron in einem dieser Quantenzustände (mit der Nummer s, und der Energie W_s) befinde, multipliziert, und durch das Volumen V dividiert.

Die Verteilung (2) sieht nun ganz verschieden aus, je nachdem die Konstante α (deren Wert natürlich von der Temperatur abhängt), einen

großen positiven oder einen großen negativen Wert hat. Das Kriterium hierfür ist nach Sommerfeld

$$\text{a)}\quad \alpha \gg 0, \tag{6}$$

$$\text{wenn}\quad \frac{n h^3}{2}(2\pi m k T)^{-3/2} \ll 1:\ \text{Nicht Entartung.}$$

$$\text{b)}\quad \alpha \ll 0, \tag{6}$$

$$\text{wenn}\quad \frac{n h^3}{2}(2\pi m k T)^{-3/2} \gg 1:\ \text{Entartung.}$$

Im Falle (a) verschwindet nämlich in (2) die 1 im Nenner gegenüber der Exponentialfunktion, und die Verteilung wird eine Maxwellsche. Fall (b) zeigt jedoch ein von dem klassischen völlig abweichendes Verhalten. Ein Gas in einem derartigen Zustand wird deshalb als entartet bezeichnet.

Für α findet man nun in dem letzteren Grenzfall

$$\alpha = -\frac{\mu}{kT} = -\left(\frac{3n}{\pi}\right)^{2/3}\frac{h^2}{8mkT} + \cdots \tag{7}$$

Dies ist das Anfangsglied einer Entwicklung, die nach steigenden Potenzen von T fortschreitet, wobei aber noch das konstante Glied selbst fehlt. Die Verteilungsfunktion (2) läßt sich also schreiben

$$f(\xi,\eta,\zeta)\,d\xi\,d\eta\,d\zeta = \frac{2m^3}{h^3}\frac{d\xi\,d\eta\,d\zeta}{e^{\left[\frac{m}{2}(\xi^2+\eta^2+\zeta^2)-\mu\right]/kT}+1}. \tag{8}$$

Ihr Verlauf ist in Fig. 1 skizziert.

Unterhalb des kritischen Wertes

$$\mu = \left(\frac{3n}{\pi}\right)^{2/3}\frac{h^2}{8m} \tag{9}$$

für die kinetische Energie, ist für nicht zu hohe Temperaturen (d. h. $kT \ll \mu$) die Exponentialfunktion im Nenner von (8) klein gegen die 1,

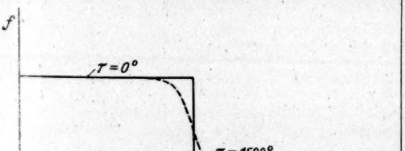


Fig. 1.

und wir haben daher eine nahezu konstante Verteilung. Oberhalb des kritischen Wertes kommt dagegen die 1 nicht mehr in Betracht, und man erhält daher einen exponentiellen Abfall wie bei einer regulären Maxwellschen Verteilung. Das Abfallen von f in der Nähe des kritischen Wertes erfolgt um so schärfer, je kleiner T ist, und in der Grenze T gegen Null erhält man eine rechteckige Verteilung mit einem scharfen Knick. Also auch bei dem absoluten Nullpunkt der Temperatur kommen die Atome im Fermi-Dirac-Gas nicht zur Ruhe, sondern besitzen eine sehr beträchtliche Nullpunktsenergie. Die maximale vorkommende Energie ist dabei durch μ gegeben, und zwar ist diese nach (9) für ein Elektronengas mit einem freien Elektron pro Atom (d. h. n also etwa gleich 10^{23}) etwa 7 bis 8 Volt. Für z-Elektronen pro Atom multipliziert sich dies noch mit $z^{2/3}$, sodaß für $z = 2$ etwa 12—13 Volt herauskommen.

Ein wesentlicher Unterschied gegenüber normalen Gasen tritt vor allem bei der spezifischen Wärme auf. Diese beträgt pro Mol

$$C_v = \frac{4\pi^2 m R k}{h^2}\left(\frac{\pi}{3nz}\right)^{2/3}, \tag{10}$$

(R ist die Gaskonstante), was für Zimmertemperatur nur etwa $1/_{60}$ des klassischen Wertes $\frac{3Rk}{2}$ ausmacht. Dieses Verhalten bedeutete eben einen der Hauptfortschritte der neuen Theorie, die die bekannte Schwierigkeit hinsichtlich des Anteils der Elektronen an der spezifischen Wärme der Metalle beseitigte.

Die vorliegenden Formeln sind für ganz freie Teilchen abgeleitet worden. Es erhebt sich nun die Frage, inwieweit diese Idealisierung den wirklichen Verhältnissen entspricht. Nach (4) und (5) ist die Verteilungsfunktion, und damit das ganze thermodynamische Verhalten eines Gases bestimmt, wenn die Energien der möglichen Quantenzustände, oder in der Sprache der Quantenmechanik das Eigenwertspektrum, bekannt ist. Diese Verteilung wird nun natürlich durch die Kraftwirkungen des Ionengitters gegenüber der einfachen Annahme (4) modifiziert werden. Das qualitative Verhalten, z. B. in erster Linie das Vorhandensein einer hohen Nullpunktsenergie, folgt jedoch schon aus dem Ansatz der Fermi-Statistik zusammen mit den allgemeinen Größenverhältnissen, d. h. Elektronenzahl und Masse. Ferner wird man a priori voraussetzen müssen und können, daß für große Energien sich die wahre Verteilung immer mehr der Verteilung für kräftefreie Teilchen anschließt, d. h. also, daß der Maxwellsche Teil der Verteilung durch unsere Formeln schon gut wiedergegeben wird. Diese beiden Eigenschaften genügen aber bereits, um die Glühelektronenemission quantitativ, und die anderen Effekte, d. h. kalte Entladung und Photoeffekt qualitativ und größenordnungsmäßig zu behandeln. Man kann dann umgekehrt aus den Beobachtungen Rückschlüsse auf das Verteilungsgesetz ziehen,

und es scheint hiernach, daß die angegebenen Formeln die wirklichen Verhältnisse schon recht gut wiedergeben.

Natürlich bleibt die Verfeinerung der Theorie in der angegebenen Richtung eines genaueren Studiums der Verteilungsfunktion eine sehr wichtige Aufgabe. Einen Versuch hierzu hat bereits Bloch (3) unternommen. Bloch geht von dem entgegengesetzten Grenzfall fest gebundener Elektronen aus, und sucht ihrer Beweglichkeit durch Berücksichtigung des quantenmechanischen Austausches Rechnung zu tragen. Er verfolgt aber nicht den Übergang zu wirklich freier Beweglichkeit bei hohen Geschwindigkeiten (quantenmechanisch heißt dies zu dem kontinuierlichem Eigenwertspektrum, wenn man zunächst von der endlichen Ausdehnung des Kristalls absieht), und deshalb ist sein Bild, wenigstens für gute Leiter, die hier allein interessieren, sicher weiter von den wirklichen Verhältnissen entfernt, als das hier benützte der freien Elektronen.

§ 2. Das Verteilungsgesetz der die Oberfläche treffenden Elektronen (2), (5).

Aus (8) läßt sich nun die gesuchte Zahl $N(W)$ der die Einheit der Oberfläche in der Zeiteinheit treffenden Elektronen von der Energie W der Normalkomponente der Geschwindigkeit ($W = \frac{m}{2}\xi^2$) wie folgt berechnen. Es ist zunächst die Dichte, d. h. Anzahl in der Volumeneinheit, der Elektronen mit einer x-Komponente der Geschwindigkeit im Intervall $d\xi$

$$n(\xi)\,d\xi = d\xi \iint\limits_{-\infty}^{+\infty} f(\xi,\eta,\zeta)\,d\eta\,d\zeta$$

$$= d\xi\,\frac{2m^3}{h^3}\iint\limits_{-\infty}^{+\infty}\frac{d\eta\,d\zeta}{e^{\left[\frac{m}{2}(\xi^2+\eta^2+\zeta^2)-\mu\right]/kT}+1}.$$

Durch Einführung von Polarkoordinaten $\eta = \varrho\cos\varphi$; $\zeta = \varrho\sin\varphi$ wird hieraus

$$\frac{2m^3}{h^3}\int\limits_0^{\infty}\int\limits_0^{2\pi}\frac{\varrho\,d\varrho\,d\varphi}{e^{\left[\frac{m}{2}(\xi^2+\varrho^2)-\mu\right]/kT}+1}$$

$$= \frac{4\pi m^3}{h^2}\int\limits_0^{\infty}\frac{\varrho\,d\varrho}{e^{\left[\frac{m}{2}(\xi^2+\varrho^2)-\mu\right]/kT}+1}.$$

Durch die Einführung der Variabeln $y = m\varrho^2/kT$ und den Bezeichnungen

$$W = \frac{m}{2}\xi^2;\quad \beta = \left(\frac{m}{2}\xi^2-\mu\right)/kT \qquad (11)$$

erhält man weiter

$$n(\xi) = \frac{4\pi m^2}{h^3}\,kT\int\limits_0^{\infty}\frac{dy}{e^{\beta+y}+1}.$$

Das Integral läßt sich elementar auswerten. Es ist

$$\int\limits_0^{\infty}\frac{dy}{e^{\beta+y}+1} = \int\limits_{\beta}^{\infty}\frac{dy}{e^{y}+1}$$

$$= \int\limits_{e^\beta}^{\infty}\frac{dz}{z(z+1)} = \int\limits_{e^\beta}^{\infty}\left(\frac{1}{z}-\frac{1}{z+1}\right)dz$$

$$= (\lg z - \lg(z+1))\Big|_{e^\beta}^{\infty} = -\lg\left(1+\frac{1}{z}\right)\Big|_{e^\beta}^{\infty}$$

$$= \lg(1+e^{-\beta}).$$

Damit wird

$$n(\xi)\,d\xi = \frac{4\pi m^2}{h^3}\,kT\lg(1+e^{-\beta}).$$

Führen wir wieder die Energie $W = \frac{m}{2}\xi^2$ ein, so wird

$$n(W)\,dW = \frac{2\pi\sqrt{2}\,m^{3/2}}{h^3\sqrt{W}}\,kT\lg(1+e^{-\beta}),$$

die Dichte, d. h. Zahl in der Volumeneinheit, der W-Elektronen.

Die Zahl $N(W)\,dW$ der Elektronen aus dem Intervall dW, die in der Zeiteinheit auf die Flächeneinheit einer Fläche $x = \text{const.}$ auftreffen, erhält man offensichtlich durch Multiplikation mit der Geschwindigkeit $\xi = \sqrt{2W/m}$, und es ist also endlich unter Beachtung von (11) die gesuchte Anzahl

$$N(W)\,dW = \frac{4\pi m}{h^3}\,kT\lg\left(1+e^{-(W-\mu)/kT}\right)dW. \qquad (12)$$

Dies gibt folgende Näherungsausdrücke für positive bzw. negative Werte der Exponentialfunktion:

$$N(W)\,dW = \frac{4\pi m}{h^3}(\mu - W)\,dW \quad \text{für } \frac{W-\mu}{kT} \ll 0 \qquad (13a)$$

$$N(W)\,dW = \frac{4\pi m}{h^3}\,kT\,dW \quad \text{für } W \simeq \mu \qquad (13b)$$

$$N(W)\,dW = \frac{4\pi m}{h^3}\,kT\,e^{-\frac{W-\mu}{kT}} \quad \text{für } \frac{W-\mu}{kT} \gg 0. \qquad (13c)$$

Oberhalb des kritischen Wertes $W = \mu$ haben wir also auch hier einen exponentiellen, Maxwellschen Abfall, und die ganze Kurve hat etwa den

in Fig. 2 skizzierten Verlauf. Die gerade Linie gibt wieder die Verteilung im Limes $T = 0$.

Die Zahlen der Elektronen in den Bereichen (13b) und (13c) sind dabei sehr wesentlich kleiner als in dem Bereich (13a), da in den praktisch wichtigen Fällen μ bzw. W sehr viel größer als kT sind. μ ist ja, nach dem früher Gesagten,

Fig. 2.

von der Größenordnung 10 Volt, während kT einer Energie von $0{,}86 \cdot 10^{-5}\, T^0$ Volt entspricht.

Die Anwendung der Formeln (13) für die Emission, ohne Berücksichtigung irgendwelcher Randkorrektionen, findet, wie noch einmal besonders hervorgehoben sei, ihre Rechtfertigung in der Tatsache der großen freien Weglängen der Elektronen, die es erlaubt, die Zahl der die Oberfläche treffenden Elektronen mit der durch ein im Innern gelegenes Flächenelement von der einen Seite hindurchgehenden gleichzusetzen.

§ 3. Die Theorie des Reflexionskoeffizienten (5), (6), (7), (8).

Wir gehen jetzt zu dem zweiten Hauptpunkt der Theorie über, nämlich der Diskussion der Reflexions- bzw. Transmissionsgesetze für die auftreffenden Elektronen. Der Weg hierzu ist nach der Quantenmechanik vorgezeichnet. Die Grenze zwischen Metall und Vakuum ist charakterisiert als eine Schicht, in der das Potential sich sehr rasch um erhebliche Beträge ändert. Ist nun der Potentialverlauf bekannt, so läßt sich, wenigstens im Prinzip, die Streuung, Reflexion und Brechung der den auftreffenden Elektronen entsprechenden Schrödingerwellen berechnen. Die Theorie ist vollkommen analog der der optischen Reflexion und Brechung in einem inhomogenen Medium, nur daß an Stelle der Maxwellschen die Schrödingersche Differentialgleichung auftritt.

Als Grundtatsache über den Potentialverlauf ist zunächst festzustellen, daß ein erheblicher Potentialunterschied zwischen Innenraum und Außenwand besteht, von der Art, daß Arbeit aufgewandt werden muß, um ein ruhendes Elektron nach außen zu befördern. Diese Differenz, die mit C bezeichnet werde, muß naturgemäß einen größeren Wert haben als die kritische Energie μ der Elektronen im Innern (vgl. § 1), damit das Elektronengas überhaupt zusammenhält. Dieses negative Potential ist nur ein Bindungs- oder Packungseffekt, der eben die Stabilität der ganzen

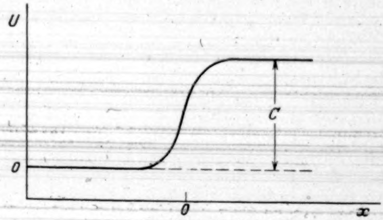


Fig. 3.

Metallkonfiguration zum Ausdruck bringt. Es kann wenigstens angenähert modellmäßig berechnet (9) und, unabhängig von allen Emissionserscheinungen, experimentell durch die Beugungsversuche mit Elektronen gemessen (10) werden. Darauf kommen wir später noch zurück.

Ferner können wir mit guter Näherung von der atomistischen Struktur der Oberfläche absehen, da es sich für uns nur um sehr langsame Elektronen handelt, deren De Broglie-Wellenlänge $\lambda = h/mv$ wenigstens im Außenraum groß ist gegenüber der Gitterkonstante der Metallgitter. Da für die Reflexion ganz überwiegend nur solche Gebiete wirksam sind, in denen die Geschwindigkeit klein ist, ist diese Vereinfachung berechtigt.

Das Metall befinde sich links von der Ebene $x = O$, diese sei also die Oberflächenebene. Nach unseren Voraussetzungen hängt dann das Potential U nur von x ab, und ferner wird es für $x \gg O$ konstant gleich C, und für $x \ll 0$ ebenfalls konstant und gleich 0 (siehe Fig. 3).

Die Schrödingergleichung für die Elektronenbewegung in einem derartigen Potential lautet nun bekanntlich (11)

$$\varDelta \Psi - \frac{8\pi^2 m}{h^2} U_{(x)} \Psi - \frac{4\pi i m}{h} \frac{\partial \Psi}{\partial t} = 0. \quad (14)$$

Sie wird befriedigt durch den Ansatz

$$\Psi = \psi(x) e^{-\frac{2\pi i}{h}(Et - yk_y - zk_z)}, \quad (15)$$

durch den t, y und z fortsepariert werden. E, k_y und k_z sind hierbei Konstante. $\psi(x)$ selbst genügt dann der Differentialgleichung

$$\frac{d^2\psi}{dx^2} + \varkappa^2 (W - U_{(x)})\psi = 0, \quad (16)$$

wo

$$\varkappa^2 = \frac{8\pi^2 m}{h^2}; \quad W = E - (k_y^2 + k_z^2). \quad (17)$$

W ist hier die Energie, die nach Abzug der Anteile der kinetischen Energie der y und z Komponente der Bewegung übrig bleibt. Die Bedeutung von ψ selbst besteht darin, daß $|\psi|^2 dx$ die relative Wahrscheinlichkeit dafür angibt, ein Elektron in einem gegebenen Element dx anzutreffen. Infolge der Möglichkeit der Separation von (14) genügt es, allein die Abhängigkeit der Vorgänge von der x-Koordinate zu behandeln, und auch der Transmissionskoeffizient wird dementsprechend, wie schon früher ausgesprochen, von den y und z-Komponenten der Bewegung unabhängig.

In Gebieten mit konstantem Potential U ist nun die allgemeine Lösung von (16) bei passender Normierung

$$\psi = \frac{a}{(W-U)^{1/4}} e^{-i\varkappa (W-U)^{1/2} x} + \frac{a'}{(W-U)^{1/4}} e^{+i\varkappa (W-U)^{1/2} x}. \quad (18)$$

Diese Normierung ist besonders zweckmäßig, da wie vom Verfasser mit Hilfe einer Methode von Jeffreys ([12]) allgemein gezeigt wurde ([5]), in Gebieten veränderlichen Potentials eine angenäherte Lösung in der Umgebung einer Stelle x_0 durch den Ausdruck

$$\psi = \frac{a}{(W-U)^{1/4}} e^{-i\varkappa \int_{x_0}^{x} (W-U)^{1/2} dx} + \frac{a'}{(W-U)^{1/4}} e^{+i\varkappa \int_{x_0}^{x} (W-U)^{1/2} dx} \quad (19)$$

geliefert wird, der eine gute Näherung für solche x gibt, für die

$$\frac{1}{8\varkappa} \int_{x_0}^{x} (W-U)^{-3/2} \left[\frac{d^2U}{dx^2} - \frac{5}{4} (W-U)^{-1} \left(\frac{dU}{dx} \right)^2 \right] dx \ll 1 \quad (20)$$

ist. Da der Zahlenwert von $\varkappa$ sehr groß ist (gleich $4 \cdot 10^8$), so ist (19) dementsprechend für unsere Zwecke gut brauchbar.

a bzw. a' stellen hier Elektronenströme dar, die mit der Geschwindigkeit

$$v = \sqrt{\frac{2(W-U)}{m}} \quad (21)$$

in der positiven bzw. negativen x-Richtung strömen. Dabei sind $|a|^2$ bzw. $|a'|^2$ direkt der Zahl der durch die Flächeneinheit in der Zeiteinheit hindurchtretenden Elektronen proportional. Denn da $|\psi|^2$ die Elektronendichte selbst darstellt, ist z. B. bei Vorhandensein nur eines Stromes in einer Richtung $|a|^2 = |\psi|^2 \sqrt{W-U}$, d. h. proportional zu Dichte mal Geschwindigkeit.

In dem Gültigkeitsbereich von (19) (d. h., wenn Bedingung (20) erfüllt ist), tritt also überhaupt keine merkliche Reflexion ein. Eine solche ist aber zu erwarten, wenn entweder $\frac{dU}{dx}$ oder $\frac{d^2U}{dx^2}$ sehr groß werden, oder wenn $(W-U)$ sehr klein ist bzw. durch Null geht. Dieser letzte Fall wird nachher noch besonders untersucht werden.

In einer früheren Arbeit ([5]) hatte der Verfasser die Reflexion für den Grenzfall scharfer Potentialsprünge oder Knicke behandelt. Dies läßt sich ganz elementar mit Hilfe des Satzes durchführen, daß die Wellenfunktionen ψ und ihre ersten Ableitungen an einer Grenzfläche sich stetig aneinander anschließen müssen. Setzt man dann voraus, wie es dem physikalischen Problem entspricht, daß man nur nach rechts auslaufende Wellen hat, so spaltet sich die einlaufende Welle in einen reflektierten und einen durchgehenden Teil, und das Verhältnis der entsprechenden Anzahlen gibt den Reflexionskoeffizienten R bzw. den Transmissionskoeffizienten D, zwischen denen der Erhaltungssatz

$$D + R = 1 \quad (21\,a)$$

stets erfüllt ist. Da alle Formeln ferner symmetrisch in bezug auf Anfangs- und Endzustand werden, so genügen sie der thermodynamisch notwendigen Bedingung, daß der Reflexionskoeffizient für von außen mit der kinetischen Energie $W - C$ auftreffenden Elektronen derselbe ist, wie der für die von innen mit der kinetischen Energie W auftreffenden.

Um jedoch ein Bild von den wirklichen Verhältnissen zu bekommen, ist es nötig, die Größe des Potentialgradienten in der Grenzschicht mehr den wirklichen Verhältnissen entsprechend zu bestimmen. Es ist nun bekannt, daß in nicht zu kleiner Entfernung von der Metalloberfläche die Kraftwirkung auf ein Elektron durch die sogenannte Bildkraft gegeben ist, deren Potential $U = e^2/4x$ beträgt (x = Abstand von der Oberfläche). Man kann das Bestehen dieses Potentials, wie wir später sehen werden, auch als experimentell bewiesen ansehen. Nach dem Gesagten (vgl. Bedingung (20)) kommt es nun ganz überwiegend auf den Potentialverlauf in dem Gebiete an, in dem $W - U$, d. h. die kinetische Energie klein ist. Dies ist für uns aber gerade der Bereich im Außenraum, für den das Bildkraftpotential be-

steht, und es wird für das Resultat nichts Wesentliches ausmachen, in welcher Weise man dieses Potential nach innen zu fortsetzt. Es ist demnach mit guter Näherung erlaubt, dieses soweit zu verfolgen, bis es den ganzen Potentialsprung ausmacht, und es dann einfach an den konstanten Wert im Inneren anzuschließen. Man hat dann also im ganzen (siehe Fig. 4)

$$U = \begin{cases} 0 \text{ für } x < x_0; \\ C - \dfrac{e^2}{4x} \text{ für } x > x_0 \end{cases} \tag{22a}$$

$$x_0 = \frac{e^2}{4C} \tag{22b}$$

Setzt man dieses Potential in (16) ein, so kann man aus der Stetigkeitsforderung für ψ und $\frac{d\psi}{dx}$ an der Stelle $x = x_0$ durch das Studium des Zusammenhanges der Lösungen für große x, die natürlich asymptotisch ebene Wellen darstellen,

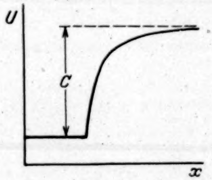


Fig. 4.

und der Lösungen in der Umgebung von $x = x_0$ die Reflexion berechnen. Die Hauptaufgabe hierbei ist die Darstellung der Lösung, die asymptotisch auslaufenden Wellen entspricht für kleine Werte von x. Dies ist vom Verfasser (7) durchgeführt worden. Die Rechnung ist ziemlich umständlich, und es sei deshalb nur das Resultat angeführt.

Das Ergebnis ist ganz verschieden je nach dem Größenverhältnis von W und C. Für $W < C$ erhält man natürlich Totalreflexion, für $W \gg C$ geht dagegen alles glatt durch. In dem Bereich endlich, in dem die Größe $\varrho = \left(\frac{W-C}{W}\right)^{1/2}$ klein, d. h. W um einen kleinen Betrag größer als C ist, gilt die folgende Entwicklung

$$\left.\begin{aligned} D(W) &= \frac{a + b\varrho + c\varrho^2 + \cdots}{d + e\varrho + f\varrho^2 + \cdots} \\ &= \alpha + \beta\varrho + \gamma\varrho^2 + \cdots \end{aligned}\right\} \tag{23}$$

Hier sind die $a, b, \ldots$ bzw. $\alpha, \beta \ldots$ usw. Koeffizienten, die sich selbst als Reihenentwicklungen nach dem Parameter

$$s = \varkappa^2 e^4 / 16C \tag{24}$$

darstellen lassen. Für eine Potentialdifferenz von $C = 12$ Volt, was etwa die untere Grenze für tatsächlich vorkommende Werte darstellt, wird dabei $s = 0{,}25$, so daß die Reihen hinreichend konvergieren. Bis auf Glieder von höherer Ordnung als s^2 werden dann die Koeffizienten von (23)

$$a = 4\pi\sqrt{s}; \quad b = 4s^2 \cdot 16{,}49;$$

$$c = -2\pi\sqrt{s}(1 + 4s)$$

$$d = 1 + (\lg s)^2(s - s^2) + \lg s\,(0{,}312\,s + 0{,}689\,s^2) + 10{,}90\,s - 9{,}23\,s^2 + \frac{a}{2}$$

$$e = -6{,}28\sqrt{s}\,(1 + s) + \frac{1}{2}(a + b)$$

$$f = 2 - s\left((\lg s)^2 + 3{,}32\lg s + 14{,}2\right) + s^2\left(-(\lg s)^2 + 1{,}96\lg s + 9{,}2\right) + \frac{1}{2}(a + b)$$

$$\alpha = \frac{a}{d}; \quad \beta = \frac{bd - ea}{d^2};$$

$$\gamma = \frac{cd^2 - cfd - afd + e^2 a}{d^3}. \tag{25}$$

Nähert man sich also mit W dem Wert C, d. h. hat kleine, in der Grenze verschwindende, Geschwindigkeiten der auslaufenden Elektronen, so erhält man einen endlichen Reflexionskoeffizienten $R = 1 - D$, der für $W = C$ den Grenzwert $1 - \frac{a}{d}$ annimmt, der nur von dem Wert von s abhängt. Den Fall eines plötzlichen Potentialsprunges erhält man durch den Grenzübergang $e \to 0$, d. h. $s \to 0$. Hierbei wird nach (25) auch $a = 0$, d. h. $R = 1$, und es tritt also vollständige Reflexion für $W = C$, d. h. $\varrho = 0$ ein.

Für den Wert $s = 0{,}25$, der etwa den wirklichen Verhältnissen entspricht, erhält man dagegen $D = 0{,}93$, d. h. $R = 0{,}07$, also eine Reflexion von nur 7 Proz. Dieser Effekt dürfte daher wohl kaum beobachtbar sein, und er ist für die meisten Emissionsvorgänge zu vernachlässigen.

Eine sehr wesentliche neue Erscheinung tritt jedoch ein, wenn das Potential von dem in Fig. 3 skizzierten einfachen Verlauf in der Weise abweicht, daß es in der Grenzschicht einen höheren Maximalwert als im Außenraum erreicht, wie etwa in Fig. 5 angedeutet. Der Maximalwert des Potentials werde mit B bezeichnet, der Wert im Unendlichen wieder mit C. Nach der klassischen Mechanik können in diesem Falle nur Elektronen mit einer Energie $W > B$ emittiert werden, nach der Quantenmechanik besteht jedoch auch eine gewisse Durchgangswahrscheinlichkeit für $B > W > C$. Diese Erscheinung ist ganz analog der Aufhebung der Totalreflexion in der Optik, wenn das totalreflektierende Medium

nur eine Schichtdichte von der Größenordnung weniger Wellenlängen besitzt.

In der Dichtefunktion ψ für die Elektronen, die für konstantes, bzw. näherungsweise konstantes Potential durch (18) bzw. (19) gegeben ist, gehen in dem genannten Fall die Exponential-

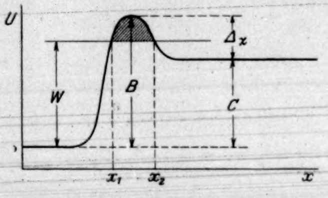


Fig. 5.

größen $\pm i\varkappa (W - U)^{1/2} x$ von imaginären zu reellen Werten über. Ein auslaufender Strom, der durch einen positiv imaginären Exponenten gekennzeichnet ist, erhält insbesondere beim Durchgang durch die Schwelle einen negativ reellen Exponenten, d. h. die Dichte fällt exponentiell ab. Sie geht aber nicht unmittelbar zu Null herunter, sondern es ist eben ein Durchgehen möglich, wenn die Schichtdicke so klein ist, daß ψ auch am Austrittsende noch einen merklichen Wert besitzt.

Da der Abfall bei konstantem Potential in einer Schicht dx durch $e^{-\varkappa (U-W)^{1/2} dx}$ gegeben ist, so wird die gesamte Schwächung bei einem Potentialverlauf wie in Fig. 5 sehr genähert durch

$$D(W) = e^{-2Q}; \qquad 2Q = 2\varkappa \int_{x_1}^{x_2} (U - W)^{1/2} dx \tag{26}$$

gegeben sein, wobei das Integral über das Gebiet in dem $U < W$ ist, zu erstrecken ist, wie in der Figur durch Schraffierung angedeutet. Dasselbe Resultat folgt natürlich auch aus der asymptotischen Darstellung (19), wenn man sie auf den ganzen Bereich x_1, x_2 anwendet. Diese Anwendung läßt sich durch genauere Diskussion des Verhaltens in den Endpunkten, in denen ja nach (19) die Lösung selbst in der angegebenen Form unzulässig wird, rechtfertigen, indem man sie mit einer andersartigen Entwicklung in der Nähe dieser Stellen verknüpft (vgl. hierzu die Untersuchungen von Jeffreys ([12])). Da es sich hierbei aber um eine rein mathematische Frage handelt, sei hierauf nicht näher eingegangen.

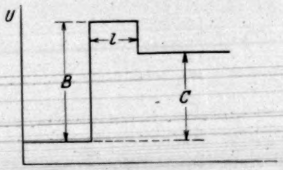


Fig. 6.

Der Faktor 2 im Exponenten von (26) ist deshalb hinzuzunehmen, da ja Dichte proportional zu $|\psi|^2$ und nicht zu ψ selbst ist.

Für einige idealisierte Potentialkurven lassen sich R und D streng berechnen. So sind die praktisch wichtigen Fälle eines rechteckigen Querschnittes (siehe Fig. 6) vom Verfasser ([5]) (in der dort gegebenen Endformel befindet sich allerdings ein Vorzeichenfehler, der von R. H. Fowler ([8])

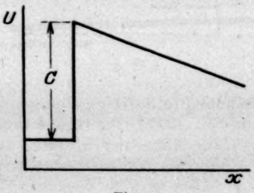


Fig. 7.

korrigiert worden ist), und der Fall eines dreieckigen Querschnittes (siehe Fig. 7) von R. H. Fowler und dem Verfasser ([6]) behandelt worden.

Es seien hier wiederum nur die Resultate angeführt. Sei im rechteckigen Fall (Fig. 6) die Schichtdicke gleich l, so wird

$$D(W) = 0, \qquad \text{für } W < C, \tag{27a}$$

$$D(W) = \frac{8\{(W-C)/W\}^{1/2}}{\frac{B}{W}\left(\frac{B-C}{B-W}\right)\mathfrak{Cof}\{2\varkappa(B-W)^{1/2} l\} + \left\{1 + \left(\frac{W-C}{W}\right)^{1/2}\right\}^2 - \left\{\left(\frac{B-W}{W}\right)^{1/2} - \left(\frac{W-C}{B-W}\right)^{1/2}\right\}^2} \tag{27b}$$

für $C < W < B$.

$$D(W) = \frac{8\{(W-C)/W\}^{1/2}}{\frac{B}{W}\frac{C-B}{W-B}\cos\{2\varkappa(W-B)^{1/2} l\} + \left\{1 + \left(\frac{W-C}{W}\right)^{1/2}\right\}^2 + \left\{\left(\frac{W-B}{W}\right)^{1/2} + \left(\frac{W-C}{W-B}\right)^{1/2}\right\}^2} \tag{27c}$$

für $W > B$.

(27b) und (27c) schließen für $W = B$ kontinuierlich aneinander an. Das Auftreten des $\mathfrak{Cof}$ im Nenner in (27b) zeigt dabei die Schwächung für große Argumente (große Schichtdicken l) an. Für diese ist ja der $\mathfrak{Cof}$ asymptotisch gleich $\frac{1}{2}$ der Exponentialfunktion mit positivem Argument, das gerade das in (26) bestimmte $2Q$ ist.

In den Grenzfällen einerseits $l = 0$, oder andererseits $B = C$, in denen die Potentialerhebung verschwindet, ergibt sich natürlich das gleiche einfache Resultat wie für den Durchgang durch einen einfachen Potentialsprung, nämlich

$$D(W) = 0, \text{ für } W < C, \tag{28a}$$

$$D(W) = 4 \frac{\sqrt{W}\sqrt{W-C}}{(\sqrt{W} + \sqrt{W-C})^2} \text{ für } W > C, \tag{28b}$$

das auch direkt einfach abgeleitet werden kann vgl. (5).

Für den Fall des dreieckigen Potentials (Fig. 7), d. h.

$$U = \begin{cases} 0 \text{ für } x < 0 \\ C - Fx \text{ für } x > 0, \end{cases} \tag{29}$$

der für die kalte Emission eine Rolle spielt, ergibt sich

$$D(W) = \frac{4\{W(C-W)\}^{1/2}}{C} e^{-4\varkappa (C-W)^{3/2}/3F} \quad \text{für } W < C \tag{30a}$$

$$D(W) = \frac{4\{W(W-C)\}^{1/2}}{[W^{1/2} + (W-C)^{1/2}]^2 + [F/4\varkappa(W-C)]^2} \quad \text{für } W > C. \tag{30b}$$

(30a) stellt hierbei eine genügende Näherung dar für den Fall, daß W nicht zu nahe gleich C ist. Auch diese Formel enthält wiederum den typischen Schwächungsfaktor.

Die Formeln (27b) bzw. (30a) lassen sich für Abweichungen von den idealisierten Potentialen der Fig. 6 bzw. 7 verbessern, dadurch daß man nach (26) in dem Argument des $\mathfrak{Cof}$ bzw. der Exponentialfunktion den Wert von $2Q$ für den wirklichen Potentialverlauf einsetzt.

Das generelle Resultat der vorliegenden Untersuchungen über den Reflexionskoeffizienten läßt sich dahin aussprechen, daß fast nichts reflektiert wird, falls die zur Verfügung stehende kinetische Energie größer als die höchste Potentialerhebung ist, da auch die $D(W)$ in (27c) und (30b) für wachsende W sehr rasch verschwinden. Anderenfalls tritt eine starke Schwächung, d. h. eine sehr erhebliche Reflexion auf, die durch die Formeln (26) bzw. (27b) und (30a) sehr genähert dargestellt wird.

Es ist natürlich stets daran zu erinnern, daß diese Theorie nur für genügend langsame Elektronen gilt. Für schnellere Elektronen werden die Grundvoraussetzungen durchaus unzulänglich, und es wäre dann die atomistische Struktur der Oberfläche zu berücksichtigen.

II. Abschnitt.

Die Deutung der Emissionsvorgänge.

§ 4. Die Glühelektronenemission reiner Oberflächen (2), (5), (14).

Wir haben jetzt alle Vorbereitungen erledigt, und die Ausrechnung der einzelnen Effekte ist nun nach der Grundformel (1) ohne weiteres durchzuführen. Die Glühelektronenemission kommt zunächst wie in den früheren Theorien dadurch zustande, daß einzelne Elektronen infolge der Wärmebewegung eine kinetische Energie erhalten, die größer ist als die Potentialdifferenz gegenüber dem Außenraum.

Nach (1) und (12) erhalten wir unter Berücksichtigung des Umstandes, daß der Transmissionskoeffizient für $W < C$ verschwindet, für die Stromdichte

$$i = \frac{4\pi m e}{h^3} kT \int_C^\infty D(W) \lg\left(1 + e^{-(W-\mu)/kT}\right) dW. \tag{31}$$

Führen wir an Stelle von W die Energie der entsprechenden austretenden Elektronen $X = W - C$ ein, und beschränken uns ferner auf die Näherung (13c), was gerechtfertigt ist, da der Potentialsprung C wesentlich größer als die kritische Energie μ sein muß, so erhalten wir

$$i = \frac{4\pi m e}{h^3} kT e^{-\frac{C-\mu}{kT}} \int_0^\infty D(X+C) e^{-\frac{X}{kT}} dX. \tag{32}$$

Mit der neuen Variabeln $x = X/kT$, d. h. Messung der Energie der austretenden Elektronen in der Einheit kT, wird dies

$$i = \frac{4\pi m e}{h^3} (kT)^2 e^{-\frac{C-\mu}{kT}} \int_0^\infty D(C + kTx) e^{-x} dx. \tag{33}$$

Führen wir noch den mittleren Transmissionskoeffizienten für die Temperatur T

$$\overline{D}(T) = \int_0^\infty D(C + kTx) e^{-x} dx \tag{34}$$

ein, so wird endlich

$$i = \frac{4\pi m e k^2}{h^3} \overline{D} T^2 e^{-\frac{C-\mu}{kT}}. \tag{35}$$

(35) ist die wohlbekannte Richardsonsche Emissionsformel, die mit den obigen Werten der Konstanten wohl zuerst von v. Laue aufgestellt worden war, und die also auch aus den jetzigen Vorstellungen der Elektronentheorie der Metalle folgt. Neu ist nur ein Faktor 2, der von dem Elektronenspin herrührt.

Der mittlere Transmissionskoeffizient $\overline{D}$ wird nach (34) noch von der Temperatur abhängen. Er ist aber jedenfalls unter allen Umständen $\leqq 1$. Dieser gilt nämlich definitionsgemäß für D selbst, und es ist daher auch $\overline{D} \leqq \int\limits_0^\infty e^{-x}\, dx = 1$.

Die Erfahrung hat nun gezeigt, daß für ganz reine Metalle mit gut gereinigten Oberflächen die Emission sehr gut durch die Formel

$$i = A T^2 e^{-\chi/kT} \tag{36}$$

wiedergegeben wird, wo A universell gleich $2\pi m e k^2/h^3$ ist, χ dagegen eine individuelle Materialkonstante von der Dimension einer Energie, die sogenannte „Austrittsarbeit". Die experimentelle Diskussion der Emission, d. h. etwa die Prüfung der Formel (36) geschieht bekanntlich stets in der Weise, daß man eine logarithmische Darstellung benutzt, also im Glühelektronenfall etwa $\log i$ gegen $1/T$ aufträgt. Da nun $\log T$ sich im Vergleich zu $1/T$ nur sehr wenig ändert, erhält man in diesem Diagramm sehr genähert eine Gerade, aus deren Neigung sich χ, und aus deren Schnitt mit der Achse $1/T = 0$ sich $\log A$ bestimmt.

Wie wir nun im § 3 sahen, ist für einen glatten Potentialverlauf (Fig. 4) $D(W)$ stets sehr nahe gleich 1, d. h. die theoretische Formel liefert die experimentelle (36) abgesehen von dem neuen Faktor 2 in A. Es ist jedoch zu bemerken, daß wegen des überwiegenden Einflusses der Exponentialfunktion die Bestimmung der absoluten Größe von A notwendigerweise recht ungenau ist. Bereits eine kleine Unsicherheit in der Bestimmung der Temperatur oder der Austrittsarbeit kann den Wert von A sehr erheblich fälschen, und ein Faktor 2 dürfte kaum mit Sicherheit feststellbar sein. Man hatte deswegen wohl in den früheren Messungen zunächst versucht, ob man mit dem damaligen theoretischen Wert von A (eben ohne diesen Faktor) die Messungen darstellen könne, was eben gut gelang. Es ist aber anzunehmen, daß dies ebensogut mit dem doppelten Wert möglich ist. Eine neuerliche experimentelle Diskussion wäre natürlich von großem Wert als eine unabhängige Bestätigung der Spin-Eigenschaft des Elektrons, denn es ist wesentlich diese, und nicht etwa die neue Statistik, die diesen Faktor bedingt. Es ist hierzu aber noch zu bemerken, daß alle anderen Einflüsse, die zu einem anderen Wert von D führen könnten, zu berücksichtigen wären (siehe § 7).

Für das ganze Verständnis der Emissionsvorgänge ist es wesentlich, daß die Austrittsarbeit χ in der jetzigen Theorie nicht etwa die Potentialschwelle an der Metalloberfläche (also C) selbst darstellt, d. h. die Arbeit, die notwendig ist, um ein ruhendes Elektron aus dem Metall zu entfernen. χ ist vielmehr nur die Differenz $C - \mu$ des totalen Potentialunterschiedes und der maximalen Nullpunktsenergie μ, also nur die Arbeit, die nötig ist, um ein Elektron aus dem kritischen Bereich der Geschwindigkeit auszulösen. μ läßt sich daher auch als der innere Druck des Elektronengases auffassen.

Eine sehr schöne direkte Bestätigung dieser neuen Anschauung wird durch die Interpretation des Brechungsindex der Elektronenwellen in den bekannten Versuchen von Davisson und Germer geliefert, die zuerst von Bethe [15] gegeben wurde. Durch die Beschleunigung, die die Elektronen beim Eintritt in das Metall erfahren, wird die Wellenlänge $\lambda = h/mv$ ihrer De Broglie-Wellen geändert, und zwar ist hierfür offenbar der ganze Wert C maßgebend. Nun ist auch $C = \mu + \chi$, d. h. die Summe aus der Nullpunktsenergie, die durch (9) theoretisch gegeben ist, und der experimentell meßbaren Glühelektronenkonstante χ. C ist also auf zwei ganz unabhängige Weisen bestimmbar. Die aus der Elektronenbeugung gefundenen Werte für C liegen nun für Nickel, für das allein vollständige und zuverlässige Messungen vorliegen, zwischen 15 und 20 Volt, was innerhalb der Beobachtungsgenauigkeit zusammenfällt mit der Summe von $\mu = 12$, d. h. für zwei freie Elektronen pro Atom, und der Austrittsarbeit χ von etwa 5 Volt. Diese Übereinstimmung dürfte eine der direktesten und beweiskräftigsten Bestätigungen der neuen Vorstellungen über den Zustand der Elektronen in den Metallen sein.

Für das Zustandekommen der Formel (35) ist es ersichtlich nicht wesentlich, wie das Verteilungsgesetz der Elektronen für $W < C$ aussieht, da nur die energiereicheren die Oberfläche passieren können. Sie ist daher weitgehend von genaueren Annahmen über die wahre Verteilung unter Berücksichtigung der Störung der Ionen auf das Elektronengas unabhängig. Dies kommt auch darin zum Ausdruck, daß sich (35) auch rein thermodynamisch ableiten läßt, nur unter der Voraussetzung, daß die spezifische Wärme der Leitungselektronen mit der Temperatur verschwinden muß (siehe hierzu die unter [14] zitierten Berichte von v. Laue und Schottky). Es sind demnach, wenn die Theorie in ihren Grundzügen als richtig anerkannt wird, alle Abweichungen auf den Faktor $\overline{D}$ zu schieben. Daß dies in der Tat in weitem Umfang möglich ist, wird in § 7 erörtert werden.

Es ist natürlich zu den ganzen Überlegungen dieses Paragraphen zu bemerken, daß bei völliger Abwesenheit eines äußeren Feldes sich eine Raumladung ausbilden würde, die eine jede weitere Emission verhindert. Es ist also hier nur der

Sättigungsstrom berechnet. Wie wir im folgenden sehen werden, gibt es allerdings streng genommen gar keine Sättigung. Bei den zur Beseitigung der Raumladung benötigten kleinen Feldstärken spielen jedoch die Effekte, die im nächsten Paragraphen besprochen werden, noch keine Rolle. Die Raumladungserscheinungen selbst sind ausführlich z. B. von v. Laue (vgl. [14]) diskutiert worden. Da wir hierzu nichts Neues hinzuzufügen haben, sei nicht weiter darauf eingegangen.

§ 5. Die Wirkung elektrischer Felder; kalte Emission ([6]), ([7]).

Der Einfluß äußerer elektrischer Felder auf die Emission besteht nach unseren Vorstellungen in erster Linie in einer Deformation des Potentialverlaufes. Man erhält sie, indem man zu dem

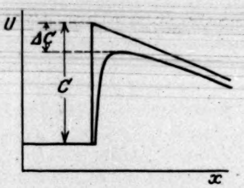


Fig. 8.

genäherten Potential (22) noch das Potential des elektrischen Feldes hinzufügt, das wir in der Nähe der Oberfläche unter allen Umständen als linear ansehen können. Wir setzen also an (siehe Fig. 8)

$$U = \begin{cases} C - \dfrac{e^2}{4x} - xF & \text{für } x > x_0 \\ 0 & \text{für } x < x_0, \end{cases} \qquad (37)$$

wo F die elektrische Kraft auf ein Elektron bedeutet. Der erste Effekt des neuen linearen Gliedes ist eine Erniedrigung des Betrages der Potentialschwelle, wie schon vor längerer Zeit von Schottky ([16]) bemerkt wurde. Sie läßt sich wie folgt berechnen. Durch Differentiation von (37) erhalten wir für den Ort x_1 des Maximums die Bedingung

$$\frac{e^2}{4x_1^2} - F = 0; \quad \text{also} \quad x_1 = e/2\sqrt{F}. \qquad (38)$$

Dies in (37) eingesetzt ergibt

$$U_{\max} = C - \triangle C; \quad \triangle C = e\sqrt{F} \qquad (39)$$

Da nach den Überlegungen des § 3 die Reflexion für Elektronen mit größerer Energie als das Potentialmaximum keine merkliche Rolle spielt, so ist zunächst für die Thermionenemission die Austrittsarbeit χ in der Emissionsformel (36) bei Vorhandensein eines elektrischen Feldes um den Betrag $e\sqrt{F}$, die Schottky-Korrektion, zu erniedrigen. Dies ist kürzlich durch Pfordte ([17]) und de Bruyne ([18]) experimentell sehr gut bestätigt worden. Bezeichnen wir die Stromdichte ohne Feld mit i_0, so ist also mit Feld unter sonst ungeänderten Verhältnissen

$$i = i_0 e^{e\sqrt{F}}, \qquad (40)$$

und es ist de Bruyne sogar gelungen, hieraus den Wert der Elektronenladung e mit guter Genauigkeit zu bestimmen.

Durch das angelegte Potential wird aber weiter nach § 3 auch für diejenigen Elektronen eine Austrittsmöglichkeit geschaffen, deren Ener-

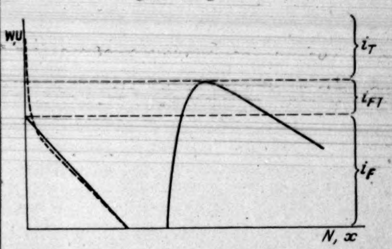


Fig. 9.

gie noch unterhalb $C - \Delta C$ liegt, da ja auch für diese weiter außerhalb des Metalles ein Bereich existiert, in dem wieder eine reelle Translationsbewegung möglich ist. Dieser Effekt kann sich natürlich erst bei sehr starken Feldern bemerklich machen, da sonst der Schwächungsfaktor (26) zu groß wird.

Für die Diskussion des Effektes in starken Feldern haben wir wieder die Eigenheit der Fermi-Dirac-Verteilung (2) bzw. (13), in Betracht zu ziehen. Die beste Übersicht erhalten wir durch ein Diagramm (Fig. 9). Hier ist die Verteilungskurve in dem gleichen Koordinatensystem wie die Potentialkurve eingetragen, so daß unmittelbar ersichtlich ist, wieviel Elektronen jeweils ein bestimmtes Potentialgebiet zu durchdringen haben.

Wir können nun den Integrationsbereich für die Grundformel (1) in drei Teile zerlegen, wie angedeutet. Hier stellt i_T den reinen Glühelektronenstrom einschließlich Schottky-Korrektion dar, den wir schon im Vorangehenden behandelt haben. Hierzu kommen aber noch die Anteile i_{FT} und i_F, die auf dem quantenmechanischen Effekt des Durchgehens durch eine Potentialschwelle beruhen. Insbesondere sieht man, daß infolge der Eigenheit der Fermi-Verteilung auch ein Strom i_F besteht, der auch für $T = 0$ keineswegs

verschwindet, d. h. es besteht die Möglichkeit einer kalten Emission. Das Zwischenglied i_{FT} hängt natürlich sowohl von F, als auch von T ab. Es ist jedoch, wie wir sehen werden, gegenwärtig experimentell nicht zu fassen.

Wir berechnen nun i_F. Da hier W hinreichend kleiner als C ist, kann man für den Transmissionskoeffizienten $D(W)$ den Ausdruck (30a) benutzen. Ferner sind wir für die Verteilungsfunktion im Bereich der Näherung (13a). Daher wird nach (1)

$$i_F = \frac{16\pi m e}{h^3 C}\int_0^\mu W^{1/2}(C-W)^{1/2}(\mu - W)\, e^{-4\varkappa(C-W)^{3/2}/3F}\, dW. \tag{41}$$

Mit der neuen Variablen

$$x = (C-W)^{3/2};\quad W = C - x^{2/3};\quad \frac{3}{2}(C-W)^{1/2}\, dW = dx,$$

wird dies

$$i_F = \frac{32\pi m e^2}{3h^3 C}\int_{\chi^{3/2}}^{C^{3/2}} (C - x^{2/3})^{1/2}(\chi - x^{2/3})\, e^{-4\varkappa x/3F}\, dx,$$

da $C - \mu = \chi$ ist. Wir setzen weiter

$$x = z + \chi^{3/2};\quad x^{2/3} = (z + \chi^{3/2})^{2/3} = \chi\left(1 - \frac{2z}{3\chi^{3/2}} + \cdots\right)$$

$$i_F = \frac{32\pi m e^2}{3h^3 C}\int_0^{C^{3/2}-\chi^{3/2}} \left(\mu + \frac{2}{3}\frac{z}{\chi^{1/2}} + \cdots\right)^{1/2}\left(\frac{2z}{3\chi^{1/2}} + \cdots\right) e^{-\frac{4\varkappa}{3F}\chi^{3/2} - \frac{4\varkappa}{3F}z}\, dz.$$

Diese Entwicklung nach z gibt eine asymptotische Darstellung, da wegen des Exponentialfaktors Werte von z, die größer sind, als die kleine Zahl $3F/4\varkappa$ keinen merklichen Beitrag zu dem Integral liefern. Aus demselben Grund darf man auch die obere Integrationsgrenze ins Unendliche legen, und erhält so mit genügender Näherung

$$i_F = \frac{64\pi m e \mu^{1/2}}{9h^3 C\chi^{1/2}}\, e^{-\frac{4\varkappa\chi^{3/2}}{3F}}\int_0^\infty z\, e^{-\frac{4\varkappa}{3F}z}\, dz$$

$$= \frac{4\pi m e \mu^{1/2}}{\varkappa^2 h^3 C\chi^{1/2}}\, F^2 e^{-\frac{4\varkappa\chi^{3/2}}{3F}}\int_0^\infty x e^{-x}\, dx,$$

und damit, da das Integral gleich 1 und $\varkappa^2 = 8\pi^2 m/h^2$ ist, als Endformel für die Emission

$$i_F = \frac{e}{2\pi h}\frac{\mu^{1/2}}{C\chi^{1/2}}\, F^2 e^{-\frac{4\varkappa\chi^{3/2}}{3F}}. \tag{42}$$

Hierin ist χ genau die auch für die Glühelektronenemission maßgebende „Austrittsarbeit“.

Solange die Temperatur genügend tief ist, so daß i_{FT} und i_T nicht in Betracht kommen, erhalten wir also eine Emission nach einer Formel

$$i = \text{const}\; F^2 e^{-a/F}, \tag{43}$$

die natürlich von der einfacheren Formel

$$i = \text{const}\; e^{-a/F} \tag{44}$$

experimentell nicht unterscheidbar ist.

Formel (44) entspricht dem von Millikan (19) und seinen Mitarbeitern empirisch gefundenen Gesetz. Es ist ebenfalls von de Bruyne (20) und Gossling (21) bestätigt worden, so daß sein Bestehen wohl als experimentell erwiesen gelten kann. Allerdings hat Rother (nach einer freundlichen brieflichen Mitteilung) eine Proportionalität mit $e^{a\sqrt{F}}$ gefunden, doch scheinen bei seinen Versuchen wesentlich andere Verhältnisse mitzuspielen. Er benutzt z. B. einen pulsierenden Gleichstrom als Spannungsquelle, und erzielt eine Emission schon bei wesentlich niedrigeren Potentialgradienten als gewöhnlich.

Hinsichtlich der absoluten Größe des Effektes ergibt unsere Formel (42) ein Einsetzen eines merklichen Stromes bei einer Austrittsarbeit von 4,5 Volt, die reinem Wolfram entspricht, für eine Feldstärke von 2 bis $3 \cdot 10^7$ Volt/cm, während bekanntlich experimentell bereits einige 10^6 Volt/cm ausreichen. Man muß also, wie auch bisher (diese Verhältnisse sind z. B. eingehend von Schottky (16) diskutiert worden) annehmen, daß die wirkliche Emission von ganz bestimmten empfindlichen Stellen herrührt. Diese können dadurch zustandekommen, daß entweder infolge einer Unebenheit der Oberfläche stellenweise eine wesentlich höhere Feldstärke herrscht, als es der Geometrie der Versuchsanordnung entspricht, oder daß die Austrittsarbeit durch Verunreinigungen wesentlich reduziert ist. Eine Herabsetzung von 4,5 auf 1 Volt liefert z. B. schon den erforderlichen Faktor 10. Diese Dinge werden weiter unten noch genauer diskutiert.

Daß es sich hierbei wirklich um Oberflächeneinflüsse handeln muß, geht aus der großen Rolle hervor, die die Oberflächenbehandlung für die Größe der Emission spielt. Durch sehr sorgfältige geeignete Hitzebehandlung der Elektrode im Vakuum gelingt es bekanntlich, die Schwelle für den Einsatz der Emission sehr heraufzusetzen, und so sind z. B. Millikan und Rother

schon bis gegen 10^7 Volt/cm, also ziemlich nahe an den theoretischen Wert, herangekommen. Wie ja auch schon eine mikroskopische Betrachtung von Wolframoberflächen zeigt ([22]), sind stets kleine Unregelmäßigkeiten vorhanden, die sich nicht beseitigen lassen.

Im großen ganzen möchte ich übrigens den Oberflächendeformierungen die Hauptrolle zuschreiben, und nicht den chemischen Verunreinigungen, da erstere einerseits stets vorhanden und auch nicht durch Ausglühen im Vakuum zu beseitigen sind. Andererseits würde bei Verunreinigungen eine erhebliche Abweichung von dem einfachen Potentialverlauf (37) zu erwarten sein, wie im § 7 besprochen werden wird, und damit auch Abweichungen von Formel (43). Bei einer „Spitze" wird dagegen lediglich die Feldstärke um einen konstanten Faktor erhöht, wodurch nur die Proportionalitätskonstante im Exponenten geändert wird. Daß also bisweilen andere Charakteristiken als (43) beobachtet werden, braucht nach dem Gesagten nicht mit der Theorie im Widerspruch zu stehen.

Als wesentlichstes Argument für die hier entwickelten Anschauungen möchte ich neben der Ableitung des Millikanschen Gesetzes die Erklärung des abweichenden Temperaturverhaltens der verschiedenen Emissionseffekte ansehen. Solange $kT \ll \mu$ ist, und diese Ungleichung ist für alle in Betracht kommenden Temperaturen auch bei der Glühemission erfüllt, ist die Temperaturabhängigkeit des Emissionsanteils i_F unwesentlich. Man hat also eine Unabhängigkeit der Gesamtemission bis zu solchen Temperaturen, bei denen die Anteile i_{FT} bzw. i_T merklich werden, also die Glühemission einsetzt, wie z. B. auch von Millikan und Eyring (l. c. ([19])) festgestellt wurde. Darüber hinaus hat de Bruyne ([18]), ([20]) noch folgendes gefunden. Er untersuchte die Zunahme der Glühemission in stärkeren Feldern durch den Schottky-Effekt. In einigen Fällen fand er hierbei von einer gewissen Feldstärke an einen plötzlichen starken Anstieg über die Schottky-Korrektion (40) hinaus. Diese zusätzliche Emission, d. h. die Differenz der Gesamtemission und der nach (40) korrigierten Glühemission, erwies sich nun als temperaturunabhängig, aber in Abhängigkeit von der Feldstärke dem Gesetz (44) genügend. Die schon von de Bruyne selbst gegebene Interpretation dieses Verhaltens liegt nach unseren Ausführungen auf der Hand. Auf dem betreffenden Draht befand sich eben eine derartige empfindliche Stelle, daß bei der kritischen Feldstärke gerade die „kalte Emission" dort einsetzt, die sich nun einfach der Glühemission überlagert, und das experimentelle Resultat zeigt, daß beide Effekte additiv sind, wie die Theorie es verlangt.

Die gemischte Emission tritt hierbei, wie überhaupt, nicht merklich in Erscheinung. Dies ist auch leicht verständlich und war vorauszusehen. Die allgemeine Emission i_{FT} durch die Potentialschwelle hindurch infolge des äußeren Feldes, würde ebenfalls erst bei Feldstärken von etwa 10^7 Volt/cm merklich werden. Die empfindlichen Stellen, an denen lokal eine weit höhere als die geometrische Feldstärke herrscht, fangen aber bereits viel früher zu emittieren an, und zwar wird für sie, infolge der Kleinheit der emittierenden Fläche (siehe unten) auch nur i_F merklich. Der Zwischeneffekt i_{FT} läßt sich also nicht isolieren, und es ist deshalb auch nicht lohnend, seine mathematisch sehr schwierige Berechnung durchzuführen.

Eine konsequente Diskussion des vorliegenden Beobachtungsmaterials auf Grund der hier gebrachten Theorie scheint noch einen weitgehenden Aufschluß über die Natur der empfindlichen Stellen zu ermöglichen, wie von Gossling gezeigt wurde¹).

Für die Darstellung der Beobachtungen benutzt man zweckmäßig wieder ein logarithmisches Diagramm, indem man lg i gegen $1/F$ aufträgt. Die beobachteten Charakteristiken werden dann nach (44) sehr näherungsweise gerade Linien. Wir nehmen nun an, daß die wirklich emittierende Fläche gleich S sei, und die dort wirksame elektrische Feldstärke gleich βF. β ist also ein Verstärkungsfaktor ($\beta > 1$), der von der Gestalt der emittierenden Spitze abhängt, während F die aus den makroskopischen Apparatdimensionen folgende Feldstärke ist. Dann lautet die Emissionsformel in logarithmierter Form (wir ersetzen in (42) i durch I/S und F durch βF)

$$\lg I - \lg S = \lg B + 2 \lg \beta F - \frac{4 \varkappa \chi^{3/2}}{\beta F}, \quad (45)$$

$$B = \frac{e \mu^{1/2}}{2 \pi h (\mu + \chi) \chi^{1/2}}.$$

Das Glied mit lg F bewirkt erst bei sehr großen F eine merkliche Abweichung von der Geradlinigkeit im lg $I - 1/F$ Diagramm. Die Neigung $\frac{d \lg I}{d\, 1/F}$ gibt demnach direkt eine Bestimmung für $\chi^{3/2}/\beta$. Der Verstärkungsfaktor β läßt sich also bestimmen innerhalb einer Fehlergrenze, die durch die Unsicherheit von χ gegeben ist. Da es sich hierbei um kalte Oberflächen handelt,

1) Die im folgenden gebrachten Überlegungen und Resultate von Gossling sind noch nicht publiziert. Sie werden in erweiterter Form in einer Arbeit von Gossling und Stern demnächst in den Proceedings Roy. Soc. erscheinen. Ich möchte Herrn Gossling für die Erlaubnis ihrer Besprechung auch an dieser Stelle herzlich danken.

die natürlich viel schwerer rein zu erhalten sind als glühende, und ferner auch nur um einen ganz kleinen Bruchteil der gesamten Oberfläche, so kann das hier in Frage kommende χ von dem aus der Glühemission derselben Elektroden folgenden eventuell abweichen, aber immerhin ist diese Unsicherheit nicht allzu groß. So dürfte z. B. für Wolfram χ etwa zwischen dem Maximalwert 4,5 Volt und einer unteren Grenze von etwa 2 Volt schwanken.

Gossling hat nun das gesamte bisher publizierte Material, auch das von anderen Autoren, systematisch in der angegebenen Weise untersucht, und findet stets Werte von β zwischen 10 und 20, die also durchaus in den Bereich des Zulässigen und Erwarteten fallen.

Die Asymptoten der theoretischen Emissionskurven (I) für verschiedene χ schneiden ferner die Achse $1/F = 0$ stets sehr nahe in demselben Punkt, wie in Fig. 10 schematisch angedeutet.

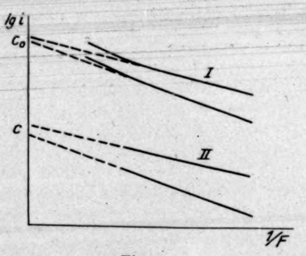


Fig. 10.

Dies hat seinen Grund natürlich darin, daß in der Grenze für unendlich starke Felder alle auf die Oberfläche auftreffenden Elektronen emittiert würden, unabhängig von der Höhe der Potentialschwelle ohne Feld. Der entsprechende Wert von lg i werde mit c_0 bezeichnet. Die Asymptote einer experimentellen Charakteristik schneide die Achse im Punkte c. Dann gilt die Beziehung (die Gleichung der Asymptote entsteht aus (45) durch Fortlassen des Gliedes mit lg F)

$$\lg S - \lg S_0 = c - c_0$$

und da nach Definition $S_0 = 1$ ist, nämlich die Flächeneinheit, so erhält man die folgende Bestimmung für die wahre emittierende Fläche S

$$S = e^{c - c_0}\,. \qquad (46)$$

Sie läßt sich also ebenfalls direkt aus den Beobachtungen entnehmen. Wie nun Gossling fand, besteht auch hier eine bemerkenswerte Übereinstimmung der Ergebnisse aller Beobachter, indem die Asymptoten aller experimentellen Charakteristiken (II) ebenfalls die Achse $1/F = 0$ sehr nahe in demselben Punkt schneiden. Dies bedeutet nach dem Gesagten, daß S stets sehr nahe denselben Wert hat, und zwar etwa 10^{-10} cm^2 für Wolfram. Um aber der Veröffentlichung von Herrn Gossling nicht vorzugreifen, sei von einer Wiedergabe seiner Tabellen hier abgesehen.

Es scheint auch nicht unmöglich zu sein, eine Erklärung für dies Auftreten von stets denselben β- und S-Werten, d. h. einer ganz bestimmten Struktur der emittierenden Stellen zu geben. Die Raumdichte der Elektrizität bei der Emission aus einer so kleinen Stelle ist natürlich sehr beträchtlich, und man könnte denken, daß bei der beobachteten Stromdichte die Raumladung trotz der hohen Feldstärke anfängt, sich bemerklich zu machen und damit eine größere Wirksamkeit schärferer Spitzen verhindert. Diese Frage ist jedoch noch nicht abgeschlossen und bedarf noch weiterer Untersuchung.

Es seien noch einige Worte über die sonstigen neueren Theorien der kalten Emission hinzugefügt. Houston (23) verknüpft die alte Schottkysche Idee, daß sie durch ein Herabdrücken der Potentialschwelle nach (39) zustandekommt, mit der Benutzung der auch hier zugrunde gelegten Fermi-Verteilung der Elektronen, indem er annimmt, daß ΔC größer als die Austrittsarbeit χ zu werden hat. Unsere Rechnungen zeigen aber eindeutig, daß der Durchgangseffekt durch das Potentialgebirge schon bei wesentlich geringeren Feldstärken maßgebend wird. Die Theorie von Richardson (24) dürfte in ihrer Anwendung der Quantenmechanik nicht mit der heutigen Auffassung im Einklang stehen. Dagegen sind die Überlegungen von Oppenheimer (25) sehr nahe mit den hier gebrachten verwandt. Er benutzt jedoch noch nicht das gegenwärtige Bild von der Konstitution der Metalle, so daß er nicht ganz den wahren physikalischen Sachverhalt trifft.

§ 6. Der Photoeffekt (26), (27).

Die besonderen Eigenschaften der Fermi-Verteilung ermöglichen ebenfalls, wie Fowler (26) gezeigt hat, ein zwangloses Verständnis der Haupteigenschaften des Photoeffektes an Metallen. Betrachten wir die Verhältnisse zunächst rein energetisch. Der Photoeffekt besteht bekanntlich darin, daß ein Lichtquant $h\nu$ absorbiert und dafür ein Elektron aus dem Metall ausgelöst wird. Diese Elektronen haben aber nicht eine dem $h\nu$ entsprechende kinetische Energie, sondern nach dem Einsteinschen photoelektrischen Grundgesetz höchstens eine um einen gewissen Schwellenbetrag kleinere. D. h. es gilt die Beziehung

$$\frac{m}{2} v_{\max}^2 = h\nu - \chi\,. \qquad (47)$$

Für $h\nu < \chi$ findet dabei überhaupt keine Emission statt. Dieser Schwellenwert χ erwies sich nun empirisch als identisch mit der Austrittsarbeit der Glühelektronenemission.

Die Tatsache der Übereinstimmung dieser beiden Energien und das Vorhandensein des Photoeffektes im gewöhnlichen Sinne nur bei metallischen Leitern lassen sich wohl nur damit erklären, wie es auch früher angenommen wurde, daß eben die Leitungselektronen für ihn verantwortlich sein müssen. Damit aber ein solches ausgelöst werden kann, muß es mindestens eine so große Energie aufnehmen, daß diese zusammen mit der kinetischen Eigenenergie ausreicht, um die gesamte Potentialdifferenz C gegen den Außenraum zu überwinden. Nun sind aber Elektronen mit einer größeren kinetischen Energie als dem kritischen Wert μ der Fermi-Verteilung in nur verschwindender Anzahl gegenüber der wesentlich temperaturunabhängigen Anzahl derer mit einer kleineren Energie vorhanden. Hängt also die Wahrscheinlichkeit der Übertragung eines Energiequantes aus der Strahlung nicht zu sehr von der kinetischen Energie der Elektronen ab, wie es wohl zu erwarten ist, so muß sich naturgemäß ein starkes Einsetzen des Photostromes ergeben, wenn die auffallende Energie $h\nu$ die Grenze $C - \mu = \chi$ überschreitet. Dies ist also die Deutung des Betrages der langwelligen Grenze des Photoeffektes. Durch ihre theoretische Begründung ist nun auch ihre Benutzung als Kriterium für das Vorliegen klarer experimenteller Verhältnisse als einwandfrei nachgewiesen. D. h. man wird behaupten können, dann die wirkliche Austrittsarbeit χ gemessen zu haben, wenn die photoelektrisch und die thermisch gefundenen Werte übereinstimmen.

Auch einige weitere Einzelheiten lassen sich bereits aus dieser groben Bilanz entnehmen. Erstens ist bei höherer Temperatur natürlich ein nicht ganz scharfer Einsatz bei der Grenzfrequenz zu erwarten, sondern einige wenige Elektronen können dann durch kleinere ν ausgelöst werden, wie es auch beobachtet wird. Dieser Effekt müßte stark temperaturabhängig sein, und es dürfte sich lohnen, danach zu suchen. Weiter ist die Breite der ganzen Ausbeutekurve, d. h. des Variationsbereichs der Geschwindigkeiten der austretenden Elektronen für ein bestimmtes $h\nu$ ebenfalls wesentlich durch die Verteilung im Innern bestimmt. Ist $h\nu < C$, so treten Elektronen aus mit einer kinetischen Energie im Außenraum zwischen o und $h\nu - \chi$. Ist aber $h\nu > C$, so sollte der Hauptteil der ausgelösten Elektronen Energien zwischen $h\nu - \chi$ und $h\nu - C$ besitzen. Natürlich können infolge sekundärer Streuprozesse auch einige noch langsamere Elektronen, als es $h\nu - C$ entspricht, vorhanden sein, doch dürfte es trotzdem möglich sein, auf diesem Wege einen unabhängigen experimentellen Wert von C zu erhalten. Daß überhaupt die ausgelösten Elektronen eine Geschwindigkeitsverteilung zeigen und nicht mit einer fest definierten austreten, kommt nicht durch Streueffekte zustande, wie man früher annehmen mußte. Es beruht vielmehr wesentlich darauf, daß die Elektronen bereits primär über einen großen Geschwindigkeitsbereich verteilt sind.

Zu einem genaueren Studium dieser Effekte ist offensichtlich ein näheres Eingehen auf den Elementarprozeß selbst notwendig. Dies ist von Wentzel [27] in Angriff genommen worden. Da aber seine Untersuchung quantenmechanische Hilfsmittel erfordert, die über den hier gestellten Rahmen wesentlich hinausgehen, können wir nur die Grundgedanken und Endergebnisse besprechen.

Unter dem Einfluß einer gewöhnlichen elektrischen Welle kann ein sonst keinen weiteren Kräften unterworfenes Elektron Energie nur nach den bekannten Gesetzen des Compton-Effektes aufnehmen oder abgeben. In dem Metall aber haben wir eine räumlich gedämpfte Welle, und es besteht dann auch die Möglichkeit eines lichtelektrischen Prozesses. Natürlich kommt die Dämpfung selbst durch das Mitschwingen der Elektronen zustande. Neben der durch den elektrischen Widerstand hervorgerufenen Dämpfung, die in der Jouleschen Wärme zum Ausdruck kommt, wird aber noch ein kleiner Bruchteil der Energie quantenmäßig direkt auf die Elektronen übertragen.

Wesentlich hierfür ist es nun, daß das Elektron nicht als völlig frei zu betrachten ist, sondern an das Metall als Ganzes gebunden ist, da sonst nach den Erhaltungssätzen von Energie und Impuls nur die echten Comptonprozesse möglich sind. Es genügt aber bereits die generelle Koppelung durch den Wandeinfluß, demzufolge jeder möglichen Elektronenbewegung eine stehende Schwingung der Schrödingerschen Wellen entspricht.

Die Eigenschwingungen in einem Kasten mit den Dimensionen l_1, l_2, l_3 sind nun in passender Normierung.

$$\psi(k_1, k_2, k_3) = \sqrt{\frac{8}{l_1 l_2 l_3}} \sin k_1 x \sin k_2 y \sin k_3 z, \tag{48}$$

wobei

$$k_1 = \frac{2\pi m_1}{l_1}, \quad k_2 = \frac{2\pi m_2}{l_2}, \quad k_3 = \frac{2\pi m_3}{l_3}, \tag{49}$$

worin die m_i alle ganzen Zahlenwerte annehmen können. Die Energie eines durch ein solches Zahlentripel gekennzeichneten Zustandes ist dann

$$W = \frac{h^2}{8\pi^2 m}(k_1^2 + k_2^2 + k_3^2). \tag{50}$$

Der elektrische Vektor im Metall sei gegeben durch

$$\mathfrak{E} e^{-\alpha x} \cos 2\pi [\nu t - (\mathfrak{K}\mathfrak{r})]. \tag{51}$$

α ist der Absorptionsindex, $\frac{\mathfrak{K}}{2\pi}$ der Impulsvektor des eindringenden Lichtes, $\mathfrak{E}$ der Amplitudenvektor. Dann wird durch die Störung infolge dieser Welle eine Übergangswahrscheinlichkeit in einen anderen Quantenzustand hervorgerufen, der durch das Tripel $\mathfrak{k}_1, \mathfrak{k}_2, \mathfrak{k}_3$ charakterisiert sei, und zwar sind Anfangs- und Endzustand durch die Beziehung

$$\frac{h^2}{8\pi^2 m}(\mathfrak{k}_1^2 + \mathfrak{k}_2^2 + \mathfrak{k}_3^2) = \frac{h^2}{8\pi^2 m}(k_1^2 + k_2^2 + k_3^2) + h\nu \tag{52}$$

verknüpft. Mit anderen Worten, es kann ein Lichtquant absorbiert werden. Ferner gelten auch noch die Impulsrelationen

$$\mathfrak{k}_y = -\mathfrak{K}_y + k_y; \quad \mathfrak{k}_z = -\mathfrak{K}_z + \mathfrak{k}_z. \tag{53}$$

Da aber für die in Betracht kommenden Schwingungszahlen und Elektronengeschwindigkeiten die Lichtimpulse $h|\mathfrak{K}|$ sehr viel kleiner als die Elektronenimpulse $h|\mathfrak{k}|$ sind, so sind erstere in (53) neben den letzteren zu vernachlässigen. D. h. die ganze Lichtenergie $h\nu$ wird von der x-Komponente der Bewegung aufgenommen, und es ist nach (52) näherungsweise

$$\mathfrak{k}_x = \sqrt{k_x^2 + \frac{8\pi^2 m\nu}{h}}. \tag{54}$$

Die Wahrscheinlichkeit, daß in der Zeiteinheit ein solcher Prozeß stattfindet, ist nun nach Wentzel näherungsweise

$$Z = \frac{1}{l_1} \frac{16\pi^3 m e^2}{h_2} \left(\frac{h}{3\pi^2 m\nu}\right)^4 \frac{k_x^2}{\mathfrak{k}_x} (\mathfrak{E}_x^2 \mathfrak{k}_x^2 + \mathfrak{E}_y^2 \mathfrak{k}_y^2 + \mathfrak{E}_z^2 \mathfrak{k}_z^2) \tag{55}$$

wobei die $\mathfrak{k}$ durch (53) und (54) bestimmt sind. Summiert man nun diese Wahrscheinlichkeiten über alle Elektronen der Fermi-Verteilung, so bekommt man die Gesamtzahl der in der Zeiteinheit im Innern lichtelektrisch ausgelösten Elektronen. Es wird nun ferner angenommen, daß diejenigen emittiert werden, deren Energie zur Überwindung der Potentialschwelle C an der Oberfläche ausreicht. Hierbei werden also etwaige Streuungen vor dem Austritt vernachlässigt, so daß der berechnete Strom nur eine obere Grenze darstellt. Da aber die freie Weglänge der Elektronen groß ist, und die Reflexion an der Oberfläche nach § 3 nur gering, so dürfte der Fehler für das qualitative Bild, und mehr kann vorläufig doch nicht erreicht werden, nicht viel ausmachen.

Durch Ausführung dieser Summation, wobei er sich auf die Verteilung für $T = 0$ beschränkt, was für nicht zu hohe Temperaturen zulässig ist, findet Wentzel folgende Näherungsausdrücke für den gesamten Photostrom für die Flächeneinheit:

$$i = \begin{cases} \frac{2e^3}{15\pi h^2} \nu^{-7/2} \bar{\nu}^{5/2} \left\{\mathfrak{E}_x^2 + \frac{1}{14}\frac{\bar{\nu}}{\nu}[3\mathfrak{E}_x^2 + 2\mathfrak{E}_y^2 + \mathfrak{E}_z^2]\right\} & \text{für } h\nu > C \\ \frac{2e^3}{15\pi h^2} \left\{\nu^{-7/2}[\bar{\nu}^{5/2} - (\nu_C - \nu)^{5/2}]\mathfrak{E}_x^2 + \frac{\nu^{-9/2}}{14}[\bar{\nu}^{7/2} - (\nu_C - \nu)^{7/2}][3\mathfrak{E}_x^2 + 2\mathfrak{E}_y^2 + 2\mathfrak{E}_z^2]\right\} & \text{für } C > h\nu > \chi. \\ 0 & \text{für } h\nu < \chi. \end{cases} \tag{56}$$

Hierin ist $\bar{\nu} = \mu/h$ eine Frequenz, deren Energie gleich der maximalen Nullpunktsenergie ist, und $\nu_C = C/h$ eine solche, die gerade der ganzen Potentialschwelle C entspricht.

Die Formeln (56) geben nun qualitativ die vorliegenden Verhältnisse sehr gut wieder. Zunächst hat man die drei Spektralbereiche zu unterscheiden, und zwar wird

$$\begin{aligned} &\text{für } h\nu > C: && i \text{ proportional zu } \nu^{-7/2} \\ &\text{,,} \quad C > h\nu > \chi: && i \quad \text{,,} \quad \text{zu } \nu^{-7/2}\left[1 - \left(\frac{\nu_C - \nu}{\bar{\nu}}\right)^{5/2}\right] \\ &\text{,,} \quad \chi > h\nu: && i = 0. \end{aligned} \tag{57}$$

Im zweiten Bereich hat also die Ausbeute ein Maximum. Lediglich bei den Alkalien fällt jedoch dieses Gebiet in den sichtbaren Teil des Spektrums oder das nahe Ultraviolett, so daß nur bei diesen das Maximum beobachtet werden kann. Es ist aber zu erwarten, daß auch für andere Metalle ein Absinken des lichtelektrischen Effektes für sehr kurzwelliges Licht stattfindet. Es sind z. B. die den Werten ν_c, $\bar{\nu}$, ν_0 (Grenzfrequenz) entsprechenden Wellenlängen in $\mu\mu$ für

	λ_c	$\bar{\lambda}$	λ_0
Na	249	393	680
Cu	111	176	266

Diese Werte sind berechnet aus den beobachteten Werten für die Austrittsarbeit χ und dem theoretischen Wert von μ nach Formel (9) unter Annahme der Abspaltung eines Leitungselektrons pro Atom.

Für die Abhängigkeit von der Lage des elektrischen Vektors bestehen analoge Verhältnisse. Solange $\nu > \bar{\nu}$, überwiegt in (56) das Glied mit $\mathfrak{E}_x^2$, außer natürlich wenn $\mathfrak{E}_x = 0$ wird. D. h. es ist in dem letzteren Fall ein ausgeprägtes Minimum der Emission zu erwarten. $\bar{\nu}$ rückt aber, wie gesagt, nur für die Alkalien in das sichtbare Gebiet. Nach (9) ergeben sich z. B. die folgenden Werte der entsprechenden λ (in $\mu\mu$) für die einwertigen Metalle

	Li	*Na*	*K*	*Rb*	*Cs*	*Cu*	*Ag*	*Au*
$\bar{\lambda}$	263	393	605	698	815	176	225	224.

Es wird daher der Photoeffekt im Sichtbaren bei den Alkalien (mit eventueller Ausnahme von *Li*) stark, bei den Edelmetallen aber nur unwesentlich richtungsempfindlich sein.

Die optimale Ausbeute berechnet Wentzel zu etwa ein Elektron auf 1000 Lichtquanten, was für den selektiven Photoeffekt größenordnungsmäßig stimmt.

Im einzelnen ist die Theorie natürlich noch sehr roh, und vielleicht auch in ihren Grundlagen nicht frei von Bedenklichkeiten, da die rein formale Einführung der Dämpfung unzulässig sein könnte. Es dürfte daher auch wenig Sinn haben, die erhaltenen Formeln z. B. in Hinblick auf die Geschwindigkeitsverteilung der austretenden Elektronen genauer zu diskutieren. Es scheint aber doch sehr wesentlich zu sein, daß die Erklärung des selektiven Photoeffektes, d. h. das besondere Verhalten der Alkalien gegenüber der Lage des elektrischen Vektors und das Auftreten eines Ausbeutemaximums bei ihnen, keine grundsätzlich neue Annahmen über Oberflächenschichten oder dgl. erfordert. Natürlich können und werden diese auch eine Rolle spielen, aber für das prinzipielle Verständnis der Grundvorgänge scheinen sie nicht erforderlich zu sein.

§ 7. Der Einfluß von Oberflächenschichten [5], [8].

Wie schon in § 4 bemerkt wurde, muß für die Formel (35) für die Glühelektronenemission theoretisch eine sehr allgemeine Gültigkeit erwartet werden. Da die Zahl der auf die Oberfläche auftreffenden Elektronen von großer Geschwindigkeit jedenfalls unabhängig von der speziellen Beschaffenheit der Oberfläche selbst ist, so müssen sich also alle Abweichungen von dem einfachen Verlauf (36) auf das Konto des Reflexionskoeffizienten $\bar{D}$ (34) schieben lassen. (Eine weitere Möglichkeit wäre allerdings auch eine Inkonstanz von $C - \mu$, auf die wir noch zurückkommen.) Dies scheint nun in der Tat in sehr weitgehendem Maße möglich zu sein.

Zunächst ist nach (35) und (36) die Glühelektronenkonstante A

$$A = \frac{4\pi m e k^2}{h^3} \bar{D} = A_0 \bar{D}, \qquad (58)$$

wobei dann A_0 eine universelle, von keinen Materialeigenschaften abhängige Konstante ist mit dem numerischen Wert $120{,}4 \frac{\mathrm{Amp}}{\mathrm{cm}^2}$. (Der Wert ist gegenüber den älteren Angaben von v. Laue und Dushman verdoppelt infolge der Berücksichtigung des Quantengewichtes 2 eines Elektronenzustandes wegen des Spins.) Nun haben Richardson [28] und neuerdings Du Bridge [29] auf eine anscheinend systematische Variation von A hingewiesen. Es soll nämlich lg A eine lineare Funktion der Austrittsarbeit χ sein:

$$\lg A = \xi + \eta\chi, \qquad (59)$$

wo ξ und η Konstanten sind. Diese Relation ist dabei folgendermaßen zu verstehen. Unterwerfen wir ein bestimmtes Metall, z. B. Wolfram oder Platin, verschiedener Oberflächenbehandlung, so bekommt man Variationen der Emission, und zwar derart, daß bei zunehmender Reinigung der Wert von χ ansteigt bis zu einem Grenzwert für das vollkommen reine Metall. Diesem Anstieg läuft nun stets auch eine systematische Änderung von A parallel, und zwar in der in (59) angegebenen Weise, daß A gleichzeitig mit χ wächst. Bei Wolfram und Molybdän erreicht A hierbei schließlich den von der Theorie geforderten Wert (wie schon in § 4 erwähnt, ist die A-Bestimmung ihrer Natur nach nie sehr genau), dagegen bei Platin einen wesentlich höheren. Da für dieses besondere Verhältnisse vorzuliegen scheinen, die weiter unten besprochen werden, sehen wir zunächst von diesem Fall ab.

Wesentlich ist also beim Vorhandensein von Verunreinigungen ein gleichzeitiges Herabsetzen von A und χ. Die Überlegungen des § 3 legen nun einen Potentialverlauf nahe, der gerade dieses Verhalten wiedergibt, nämlich einen Verlauf mit einer Erhebung, wie in Fig. 5 skizziert war. Für die Austrittsarbeit ist dann der asymptotische Wert C des Potentials maßgebend, d. h. es ist $\chi = C - \mu$. Die Erhebung über diesen Betrag bedingt aber eine wesentliche Erhöhung der Reflexion, d. h. eine Verkleinerung des Transmissionskoeffizienten $\bar{D}$ mit sich.

Ein derartiger Potentialverlauf ist nun auch physikalisch durchaus verständlich, ja sogar von vorneherein zu erwarten. Denn er bedeutet offenbar nichts anderes als eine elektrische Doppelschicht in der Oberfläche mit der positiven Seite

nach außen, d. h. eine positive Aufladung der Oberfläche mit der durch sie influenzierten negativen Ladung an der Innenseite. Das Vorhandensein solcher Oberflächenladungen ist ja auch experimentell direkt bestätigt, und z. B. auch von Bridgman [30] diskutiert und theoretisch gefordert worden. Ihr Zustandekommen ist so zu verstehen, daß eine Schicht aus einem mehr elektropositiven Stoff als das Grundmaterial vorhanden ist, die also leichter Elektronen abgeben kann, und sich dementsprechend positiv auflädt, wenn sie mit dem Grundmaterial im Gleichgewicht steht.

Um die Verhältnisse bequemer zu übersehen, nehmen wir zunächst einen idealisierten rechteckigen Potentialquerschnitt (siehe Fig. 6, § 3), der für die qualitative Diskussion bereits alles Wesentliche liefert. Die Formeln hierfür sind bereits in § 3 (27a—c) gegeben worden. Für den mittleren Transmissionskoeffizienten $\bar{D}$ (siehe (34)) sind nun verschiedene Verhaltungsweisen möglich je nach den Größenverhältnissen von $e^{-(B-C)/kT}$ und $e^{-2\varkappa l(B-C)^{1/2}}$. Für $W \geqq B$ ist nach den Ausführungen von § 3 $D(W)$ sehr nahe gleich 1. Die Beiträge dieser Energien zu dem Integral (34) für $\bar{D}$ sind daher von der Größenordnung $e^{-(B-C)/kT}$.

Für $W = C + \varepsilon$, wo $\varepsilon \ll (B - C)$, folgt andererseits aus (27a) mit genügender Annäherung

$$D(W) = \frac{16(\varepsilon C)^{1/2}}{B} e^{-2\varkappa l(B-C)^{1/2}} \tag{60}$$

Sind nun die Beiträge dieses Bereiches überwiegend, d. h. ist der Anteil der Elektronen, die infolge ihrer größeren Energie über die Potentialerhebung hinwegfliegen, wesentlich kleiner als der, die durch diese hindurch gehen, so erhält man ein $\bar{D}$, das nicht wesentlich von der Temperatur abhängt, wie es für die Gültigkeit einer Emissionsformel nach (36) notwendig ist. Und zwar finden wir nach (34) und (60)

$$\bar{D} = \frac{16}{B(B-C)} \int_0^{(B-C)/kT} [kTx(C + kTx)]^{1/2} (B - C - kTx)\, e^{-2\varkappa l(B-C-kTx)^{1/2} - x}\, dx + R\,, \tag{61}$$

wo der Rest R als das Integral von $(B - C)/kT$ bis ∞ von der Größenordnung $e^{-(B-C)/kT}$ ist, da dort $D(W) = 1$ wird. In der Nähe von $W = B$ ist an sich die Näherung (60) nicht mehr gültig, doch ist unter unseren Voraussetzungen der Beitrag dieses Gebietes zu dem Integral unwesentlich. (61) läßt sich in der üblichen Weise genähert auswerten (vgl. z. B. die Ableitung von (42) aus (41)), und unter der obigen Voraussetzung

$$e^{-(B-C)/kT} \ll e^{-2\varkappa l(B-C)^{1/2}} \tag{62}$$

erhält man so

$$\bar{D} = \frac{8(\pi kTC)^{1/2}}{B} e^{-2\varkappa l(B-C)^{1/2}}. \tag{63}$$

Für einen abgerundeten Potentialverlauf kann dies wieder nach § 3 durch

$$\bar{D} = \frac{8(\pi kTC)^{1/2}}{B} e^{-2\varkappa\int (U-C)^{1/2} dx} \tag{64}$$

ersetzt werden.

Die Temperaturabhängigkeit von (63) bzw. (64) ist ohne Bedeutung, da experimentell doch nicht zwischen einem Exponenten 2 oder 2,5 von T in Formel (36) unterschieden werden kann.

Zum Vergleich mit der empirischen Relation (59) ist zu bemerken, daß $(B - C)$ die Abnahme der Austrittsarbeit infolge der Oberflächenschicht ist. Natürlich könnte durch die Anwesenheit der Doppelschicht auch das Maximum B des Potentialverlaufes gegenüber dem ungestörten Wert herabgedrückt sein. Das ist aber ersichtlich für das Folgende nicht wesentlich. (59) läßt sich daher auch in der Form

$$\lg A = \xi - \eta \Delta\chi = \xi - \eta\,(B - C) \tag{65}$$

schreiben. Aus (58) und (63) bzw. (64) folgt nun

$$\lg A = \xi - 2\varkappa\,(B - C)^{1/2} l, \tag{66}$$

bzw. allgemeiner

$$\lg A = \xi - 2\varkappa \int_0^l (U - C)^{1/2} dx. \tag{67}$$

Infolge der Ungenauigkeit der experimentellen Bestimmung von A darf man wohl behaupten, daß (66) bzw. (67) eine vollkommen befriedigende Erklärung von (65) geben. Man kann eben über lg A empirisch nur sagen, daß es mit einer Potenz von $(B - C)$ nahe der Einheit variiert, und das wird durch (66) bzw. (67) gerade geliefert. Diese Ausdrücke werden selbst auch stärker als mit der Potenz $^1/_2$ von $\Delta\chi$ gehen, wenn die Dicke der Doppelschicht mit $\Delta\chi$ anwächst.

Als Voraussetzung für die Anwendbarkeit dieser Theorie ist stets festzuhalten, daß sie nur dann Gültigkeit beanspruchen kann, wenn einerseits die photoelektrische Austrittsarbeit mit der glühelektrisch gemessenen übereinstimmt, und andererseits die Emission durch eine Formel (36) über ein genügend weites Temperaturintervall dargestellt wird. In diesem Fall werden wir also schließen dürfen, daß die Wirkung der Oberflächenschicht in der Bildung einer einfachen elektrischen Doppelschicht in der Oberfläche besteht. Natürlich sind kompliziertere Verhaltungsweisen durchaus möglich, entsprechend mannigfachen einzelnen Beobachtungsergebnissen, doch dürfte es gegenwärtig noch kaum Wert haben, diese genauer zu diskutieren.

Was die numerischen Verhältnisse betrifft, so ist bereits gesagt worden, daß für Wolfram bei möglichst guter Reinigung schließlich recht genau der theoretische Wert für A erreicht wird. Für den Fall von Thoriumschichten sind nun die Werte der Potentiale und von A besonders genau bekannt ([31]). Es läßt sich dabei nach (60) die Dicke l der Doppelschicht genähert berechnen ([5]). Mit den Werten $\bar{D} = 0{,}05$, $\Delta\chi = 1{,}91$ Volt, $T = 1500^0$, $B = 16$, $C = 14{,}09$ Volt (es kommt auf die genauen Werte der letzteren nicht sehr an), findet man eine Dicke von $l = 2{,}3 \cdot 10^{-8}$ cm. D. h. die Schicht kann nur monomolekular sein, wie es ja nach den bekannten Untersuchungen von Langmuir ([32]) der Fall ist. Für Platin kommt nach den Messungen von Du Bridge ([29]), die von Fowler ([8]) diskutiert worden sind, ein etwas größerer Wert, nämlich 10^{-7} cm heraus. Dies scheint aber durchaus vernünftig, da die Doppelschicht in diesem Fall von Gasresten oder dgl. herrührt.

Soweit lassen sich diese Erscheinungen also recht befriedigend mit unserer Theorie erfassen. Es sind aber auch Fälle bekannt, in denen der Wert von A beträchtlich den theoretischen Maximalwert überschreitet. Eine wirkliche Schwierigkeit liegt natürlich nur dann vor, wenn man sicher ist, daß die oben erwähnten Bedingungen für die Gültigkeit der Theorie erfüllt sind. Ändert sich nämlich die Potentialverteilung in der Oberfläche in anderer Weise, so ist es durchaus möglich, daß die Emission sich in einem kleinen Intervall zwar durch eine Formel (36) darstellen läßt, sich in Wirklichkeit D und χ aber selbst mit der Temperatur ändern. Wie schwer es auch praktisch ist, klare Verhältnisse zu erhalten, zeigen die teilweise sehr abweichenden Resultate verschiedener Beobachter.

Genügend sichere Bedingungen scheinen von derartigen Messungen, die ein zu großes A ergeben, nur bei Du Bridge ([29]) an Platin vorzuliegen. Er erhielt nach fortgesetzter Hitzebehandlung einen Grenzwert für χ von etwa 6,5 Volt sowohl nach dem Photoeffekt wie auch nach der Glühemission. Dabei war aber der Wert von A bis auf etwa das 100fache des theoretischen angewachsen. Sind diese Werte wirklich reell, so kommen auf dem Boden der vorliegenden Theorie folgende Erklärungsmöglichkeiten in Betracht.

Zunächst kann die wirklich emittierende Oberfläche größer sein als die makroskopische Oberfläche. Es wäre natürlich gewagt, auf eine so bedeutende Vergrößerung allein aus der Elektronenemission zu schließen, aber derartige Effekte sind ja auch auf ganz unabhängigen anderen Wegen gefunden worden. Es seien hier nur die Untersuchungen von Bowden und Rideal ([33]) über die Adsorption von Wasserstoff genannt, die für Silber, Nickel und Platin, solche Oberflächenvergrößerungen fanden. Es ist auch sehr plausibel, daß gerade durch die heftige Entgasung die Oberfläche zerstört wird, und eine schwammartige Struktur erhält. Allerdings ist zu beachten, daß ein großer Teil einer solchen Oberfläche sich in tiefen Höhlungen befinden muß, in die das äußere Feld zur Erzeugung der Sättigung nicht eindringen kann, und die daher keinen nennenswerten Beitrag zur Emission liefern werden, so daß es unwahrscheinlich erscheint, daß die ganze Vergrößerung von A auf diesen Effekt zurückzuführen ist.

Weitere Möglichkeiten zur Erklärung bietet noch eine Temperaturabhängigkeit der Austrittsarbeit χ bzw. von C selbst, auf die insbesondere Schottky ([14]) hingewiesen hat. Da χ im Exponenten auftritt, so hat bereits eine sehr kleine Änderung einen merklichen Effekt. Da aber für reines Wolfram z. B. die Formel (35) mit konstantem $C = \mu$ für ein großes Temperaturintervall sichergestellt ist, möchten wir nicht erwarten, daß dieser Effekt für die Emission von wirklich reinen Metalloberflächen eine große Rolle spielt. Wohl aber mag die Struktur von Oberflächenschichten sehr durch die Temperatur beeinflußt werden, so daß bei Vorhandensein solcher die Verhältnisse viel komplizierter werden können. Was nun speziell den Fall des Platins betrifft, so berechnet Fowler, daß um den beobachteten Wert von A aus einer Änderung an χ zu erhalten, man eine Beziehung $\chi = \chi_0 - akT$ anzunehmen hätte, wo χ_0 temperaturunabhängig ist, und $a = 4{,}79$ würde, d. h. eine Differenz von etwa 0,12 Volt für die Austrittsarbeiten für Zimmer (300^0) und Glühtemperatur (1500^0). Wenn dies auch für ein reines Metall als ziemlich viel erscheint, so dürfte vielleicht eine Kombination dieses Effektes und der Oberflächenvergrößerung ausreichen, da dann jeder Teileffekt nur eine Zehnerpotenz auszumachen brauchte, was wohl innerhalb der Grenze des Zulässigen bleibt. Wenn also auch das Platinproblem noch nicht als völlig geklärt angesehen werden kann, so besteht jedenfalls auch kein Grund zu der Annahme, daß es zu einem Widerspruch mit der Theorie führen muß.

Die Möglichkeit einer beträchtlichen Temperaturvariation von Oberflächenschichten erschwert auch die Prüfung z. B. der Gleichheit der photo- und der glühelektrischen Austrittsarbeiten, da diese Messungen in einem anderen Temperaturgebiet gemacht werden müssen. Der Transmissionskoeffizient ist natürlich in gleicher Weise für die Photoemission maßgebend, und dürfte auch dort den größten Teil der Oberflächeneinflüsse erklären. Bei den niedrigeren Temperaturen, die hier in Betracht kommen, sind letztere

natürlich gerade um so schwerer experimentell auszuschalten.

Eine direkte Prüfung der Theorie der Oberflächenschichten (bei der allerdings auch gerade die eben erwähnten Schwierigkeiten in Betracht zu ziehen wären) ließe sich durch die Messung der Reflexion von langsamen Elektronen von außen durchführen. Nach den Ergebnissen des § 3 gilt ja die thermodynamisch notwendige Beziehung, daß der Reflexionskoeffizient für Elektronen gleicher Gesamtenergie (d. h. kinetische plus potentieller) derselbe ist, ob sie von innen oder von außen kommen. Die kinetische Energie für zu vergleichende Elektronen ist dementsprechend im Innern um den Betrag C größer. Natürlich kommen, und das ist die Hauptschwierigkeit, nur ganz langsame Elektronen in Betracht, deren kinetische Energie eben der der Glühelektronen entspricht, d. h. einem kT von 1000^0 bis 2000^0, also etwa 0,2 Volt. Es wäre aber sehr wünschenswert, daß trotzdem einmal derartige Versuche gemacht würden.

Schlußbemerkungen.

Die neuen Ansätze zur Theorie der Metallelektronen ermöglichen, wie hier zu zeigen versucht wurde, eine sehr vollständige Erfassung aller Emissionsvorgänge. Es ist wohl nicht zu viel, zu behaupten, daß sie überall dort zu einer vernünftigen Deutung geführt haben, wo einigermaßen klare Verhältnisse vorliegen. Hierin möchte ich umgekehrt eine der Hauptstützen für diese Vorstellungen selbst erblicken. Vor allem erscheint mir die charakteristische Form der Fermi-Verteilung, nämlich das Vorhandensein schneller Elektronen bis zu einem gewissen Grenzwert auch bei tiefen Temperaturen und eine daran anschließende quasi Maxwellsche Verteilung einer sehr viel geringeren Zahl mit noch größerer Energie, als ganz zweifelsfrei erwiesen. Nur so lassen sich die Zusammenhänge zwischen Glühemission, Feldemission und Photoeffekt wirklich verstehen. Im einzelnen sind natürlich noch manche Verbesserungen möglich und notwendig. Die Theorie liefert aber schon in ihrer jetzigen Form ein fest umrissenes Schema, in das alle Vorgänge einzuordnen sind, und ich möchte glauben, daß sie auch für die Diskussion der Experimente auf deren Schwierigkeiten hier wiederholt hingewiesen worden ist, sich als ein zuverlässiger Leitfaden erweisen wird.

Literaturverzeichnis.

1) W. Pauli jr., Zeitschr. f. Phys. **41**, 81, 1927.
2) A. Sommerfeld, Zeitschr. f. Phys. **47**, 1, 1928; Naturw. **15**, 825, 1927; **16**, 374, 1928. Für die theoretischen Grundlagen siehe auch L. W. Nordheim, Roy. Soc. Proc. A. **119**, 689, 1928.
3) F. Bloch, Zeitschr. f. Phys. **52**, 555, 1928.
4) Siehe z. B. P. W. Bridgman Rep. Congr. Solvay 1924.
5) Lothar Nordheim, Zeitschr. f. Phys. **46**, 833, 1928.
6) R. H. Fowler und L. Nordheim, Roy. Soc. Proc. A. **119**, 173, 1928.
7) L. W. Nordheim, Roy. Soc. Proc. A. **121**, 626, 1928.
8) R. H. Fowler, The thermionic emission constant A. Roy. Soc. Proc. A, **122**, 36, 1929.
9) H. Bethe, Ann. d. Phys. **87**, 55, 1928.
10) Siehe z. B. die Zusammenfassung von Rosenfeld und Witmer, Zeitschr. f. Phys. **49**, 736, 1928.
11) Näheres über die Schrödingersche Theorie, und insbesondere ihrer Interpretation bei aperiodischen Prozessen siehe z. B. in dem Bericht von G. Wentzel, Physik. Zeitschr. **29**, 321, 1928.
12) H. Jeffreys, Proc. London Math. Soc. (2) **23**, 428, 1924.
13) Siehe z. B. H. Faxén und J. Holtsmark, Zeitschr. f. Phys. **45**, 307, 1927.
14) Hinsichtlich der älteren Theorien und Resultate und die thermodynamische Behandlung der Emissionsvorgänge sei auf die Zusammenfassungen von v. Laue Handb. d. Radiologie Bd. V, S. 452—480, Leipzig 1925 und W. Schottky, Handb. d. Experimentalphysik Bd. 13, S. 1 bis 281, Leipzig 1928 verwiesen.
15) H. Bethe, Naturw. **15**, 787, 1927; **16**, 333, 1928. Ferner L. Rosenfeld und E. E. Witmer (10). Allerdings sind die aus den Messungen von Rupp, Ann. d. Phys. **85**, 981, 1928 entnommenen Werte für den Brechungsindex für Elektronenwellen nicht brauchbar, da Rupp nach G. P. Thomson, Phil. Mag. (7) **6**, 939, 1928, bei der Interpretation seiner Resultate ein Fehler unterlaufen ist.
16) W. Schottky, Zeitschr. f. Phys. **14**, 80, 1923.
17) W. Pfordte, Zeitschr. f. Phys. **49**, 46, 1928.
18) N. A. de Bruyne, Proc. Roy. Soc. A. **120**, 423, 1928.
19) Millikan und Eyring, Phys. Rev. 27, 51, 1926; Millikan und Lauritzen, Proc. Nat. Acad. Sci. **14**, 45, 1928.
20) N. A. de Bruyne, Proc. Camb. Phil. Soc. 1928, 518.
21) Nach einer freundlichen brieflichen Mitteilung von Herrn Gossling aus früher veröffentlichten Messungen: B. S. Gossling, Phil. Mag. I, 609, 1926.
22) Siehe z. B. Eyring, Mackeown u. Millikan, Phys. Rev. **31**, 900, 1928.
23) W. V. Houston, Zeitschr. f. Phys. **47**, 33, 1928.
24) O. W. Richardson, Roy. Soc. Proc. A, **117**, 719, 1928.
25) J. R. Oppenheimer, Phys. Rev. **31**, 66, 1928; ferner Proc. Nat. Acad. Sci. **14**, 363, 1928.
26) R. H. Fowler, Roy. Soc. Proc. A, **118**, 229, 1928.
27) G. Wentzel, Sommerfeld Festschrift, 79, 1928.
28) O. W. Richardson, Roy. Soc. Proc. A, **91**, 524, 1925.
29) L. A. Du Bridge, Phys. Rev. **31**, 236, 1928; Proc. Nat. Acad. Sci. **14**, 789, 1928.
30) P. W. Bridgman, Phys. Rev. **14**, 306, 1919; **31**, 90, 862, 1928.
31) S. Dushman und J. Ewald, Phys. Rev. **29**, 854, 1927.
32) J. Langmuir, Phys. Rev. **22**, 357, 1923.
33) Bowden und Rideal, Roy. Soc. Proc. A. **120**, 59 und 80, 1928.

(Eingegangen 15. Januar 1929.)

ORIGINALMITTEILUNGEN.

Beitrag zur Herstellung konstanter Schwingungsfrequenzen eines Röhrengenerators.

Von Fritz Maske.

Der Röhrengenerator wird in den letzten Jahren in vielen Fällen für Meßzwecke benutzt. Hierbei kommt es darauf an, die Schwingungen eventuell für mehrere Stunden völlig konstant zu halten. Speziell in dem Überlagerungsverfahren zweier hochfrequenter Schwingungen nach L. Pungs und G. Preuner (1) und nach J. Herweg (2) haben wir z. B. eine Apparatur, die es gestattet, äußerst kleine Kapazitätsänderungen zu messen. So wurden auf Veranlassung von Herrn Prof. F. Krüger einige Messungen der Dielektrizitätskonstanten von Gasen (14) und Metalldämpfen im hiesigen Institut ausgeführt. Da das Überlagerungsverfahren viel für Meßzwecke benutzt wird (s. Lit. (1), (2), (8), (9), (10), (11), (12), (13), (15)), so dürfte es nützlich sein, die Bedingungen anzugeben, unter denen es möglich ist, den unangenehmsten Fehler der Apparatur, die Inkonstanz der Schwingungsfrequenz, durch eine geeignete Schaltung auf ein Mindestmaß herunterzudrücken. Im folgenden wird insbesondere der Einfluß der Größe des Anodenkondensators und der Heizstromstärke der Röhre auf die Frequenzkonstanz näher untersucht.

Beim Einschalten eines Röhrengenerators beobachtet man stets eine anfängliche starke Frequenzänderung, die allmählich geringer wird. Ändert man die Heizstromstärke, so tritt wieder eine entsprechende Frequenzänderung auf, desgleichen bei Verwendung von frisch geladenen oder stärker entladenen Akkumulatoren, eine Erscheinung, die schon häufig Gegenstand von Untersuchungen gewesen ist (s. l. c. (3), (7), (5), (6), (14)). Als Mittel, die Heizstromänderungen von geringem Einfluß auf die Frequenz der Schwingungskreise zu halten, wird von F. Strekker (3) eine schwache Heizung der Röhren als günstig berechnet und gefunden. Nach den Untersuchungen von E. Grüneisen und E. Merkel (6) ist ein Blockkondensator von 0,5 μF in der Gitterzuleitung günstig. Die von mir angestellten Messungen erweitern diese Beobachtungen in anderer Richtung. Durch die aus meinen Untersuchungen sich ergebenden Bedingungen wird erreicht, daß selbst bei einer Heizstromänderung um ca. 10 Proz. die Frequenz der Schwingungen bis in die siebente Dezimale, d. h. auf $10^{-5}\%$ konstant bleibt, während unter ungünstigeren Bedingungen eine Änderung der Stromstärke um nur 0,2% eine Frequenzänderung bewirkt, welche die Messung der Dielektrizitätskonstanten eines Gases, wie z. B. Luft, illusorisch macht. Wie nämlich die Untersuchungen von R. Jaeger und A. Kußmann (4) gezeigt haben, treten selbst bei Anwendung von Akkumulatoren mit reichlich großer Kapazität dauernd geringe Spannungsverminderungen auf. Durch eigene Versuche konnte diese Beobachtung bestätigt werden.

Als Versuchsanordnung war die zur Messung von Gasen (14) benutzte Apparatur nach geringen Abänderungen geeignet: Zwei Schwingungskreise (Fig. 1) überlagern sich, wirken auf einen lose gekoppelten Audionkreis ein und ergeben im angeschlossenen Verstärker einen Überlagerungs-

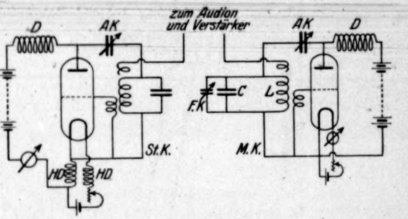


Fig. 1.

ton, der mit einem Stimmgabelton verglichen wird. Der eine Schwingungskreis wird konstant gehalten (Standardkreis *StK*) und im zweiten Kreise (Meßkreis *MK*) werden durch den Heizstrom und den Anodenkondensator die Frequenzänderungen vorgenommen. Diese können im parallel geschalteten und geeichten Feinkondensator *FK* kompensiert und gemessen werden. In der Fig. 1 ist der Meßkreis *MK* ausführlicher gezeichnet. Es handelt sich um die induktive Rückkoppelung des Gitters und die kapazitive Schaltung der Röhre an den Schwingungskreis über den variablen Anodenkondensator *AK*. Die Anodenbatterie liegt also parallel zur Röhre und ist durch die Drosseln (*D*) von ca. 10000 Windungen angeschlossen. Für einzelne Versuche wurde auch die Heizbatterie durch geeignete Spulen abgedrosselt. Die Spannungen und Stromstärken der Anode und Heizung wurden durch Drehspulgalvanometer gemessen. Als Röhren wurden solche der Type *RE* 97 von Telefunken benutzt. Zur Erzielung einer großen Empfindlichkeit wurden, wie bei früheren Messungen, die hinreichend kleinen Wellenlängen von 100 m benutzt. Für die notwendigen Vorsichtsmaßregeln, wie erschütterungsfreien Aufbau, Vermeiden von Temperatur-

schwankungen und Körperkapazität, war natürlich gesorgt.

Um sogleich ein Bild von dem Zweck der Untersuchungen zu erhalten, sei auf die Kurven der Fig. 2 hingewiesen. Als Abszisse ist die Heizstromstärke der Röhre des Meßkreises aufgetragen, als Ordinate die Verschiebung des geeichten Kondensators, die notwendig war, um die durch die verschiedenen Heizstromstärken entstandenen Frequenzänderungen des Meßkreises zu kompensieren. In den ausgezogenen Kurven a der Fig. 2 ist die Größe des Anoden-

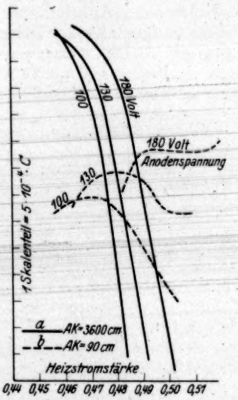


Fig. 2.

kondensators zu 3600 cm gewählt, in den gestrichelten Kurven *b* zu 90 cm. Die Frequenzänderungen betragen im Falle a mehrere Prozent (!) der Kondensatorkapazität *C*, im Falle b bei der gleichen Heizstromänderung weniger als 10^{-4} Proz. *C*, wie z. B. für die Kurve b bei 180 Volt im Bereich zwischen 0,490 und 0,510 Amp., also bei der normalen Heizstromstärke. Die Versuche wurden auf Grund von Beobachtungen an dem verschiedenen Verhalten der beiden Schwingungskreise der Fig. 1 angestellt. Obgleich die Anordnungen der beiden Kreise analog gebaut waren, machten sich die Heizeinflüsse verschieden stark bemerkbar. Auch stimmten die Beobachtungen nicht mit den sonst angegebenen Vorsichtsmaßregeln, wie starker Unterheizung der Röhren, überein, so daß es zweckmäßig schien, die Abweichungen aufzuklären.

Der Gedankengang zur Klärung dieser Abhängigkeit war folgender: Die Röhre wurde aufgefaßt wie ein kapazitiver und gleichzeitig Ohmscher Widerstand *R* (s. Fig. 3), der parallel zum Schwingungskreis *LC* liegt, jedoch in Reihe mit dem Anodenkondensator *AK* und durch diesen mit dem Schwingungskreise mehr oder weniger fest gekoppelt wird. Ein Ersatzschema für diese Schaltung sieht demnach folgendermaßen aus (Fig. 3).

Von zwei hintereinandergeschalteten Kondensatoren ist bei einer Kapazitätsänderung beider Kondensatoren um den gleichen Betrag die kleinere Kapazität mehr ausschlaggebend als die größere. Würde also die Kapazität von *AK* hinreichend klein gegenüber *RK* gewählt, so müßten Kapazitätsänderungen im Röhrensystem weniger stark frequenzändernd wirken. Bei einer Bestätigung dieser vereinfachten Voraussetzungen ergäbe sich ein einfaches Mittel, die Heizstromschwankungen unwirksam zu halten.

Zur Prüfung dieser Überlegungen wurden folgende Versuche angestellt: Zunächst wurden die in der Fig. 2 dargestellten Versuche mit einigen Zwischenwerten der Größe des Anodenkondensators bei einer Anodenspannung von 130 Volt ergänzt (Fig. 4). Bei dieser Messung wurde eine Anodendrossel von ca. 1000 Windungen und nur 52 Ohm gewählt, anstatt der früher benutzten Drossel von 5000 Ohm, um den

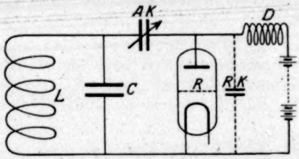


Fig. 3.

in der Drossel bei den verschiedenen Emissionsstromstärken verschieden großen Spannungsabfall möglichst zu verringern. Alle Kurven der Fig. 4 weisen eine gewisse Ähnlichkeit auf. Gemeinsam ist ihnen der ~förmige Verlauf. Mit kleiner werdender Anodenkondensatorkapazität wird jedoch der mittlere Kurventeil immer flacher und ist bei einer Anodenkondensatorkapazität von 90 cm im Bereich von 0,469 bis 0,483 Amp. Heizung sogar noch unterhalb der Ablesemöglichkeit von $2 \cdot 10^{-5}\%$ konstant. Die Skaleneinteilung der Ordinate in Fig. 4 sind gröber gewählt, als die des benutzten Feinkondensators. Die Ordinate der Fig. 4 ist im mittleren Teile gestrichelt gezeichnet, weil die einzelnen Kurven der Fig. 4 und der Fig. 2 nicht im richtigen Abstande dargestellt werden konnten, z. B. müßte die Kurve $AK = 90$ cm ca. 100 Skalenteile höher liegen als die Kurve für $AK = 1160$ cm. Hierauf wird später bei der Besprechung der Fig. 5 noch eingegangen.

Um die Frequenzänderungen, die durch die Heizung bedingt waren, zahlenmäßig zu be-

stimmen, wurden die benutzten Kondensatoren sorgfältig in einer Seibtschen Meßbrücke geeicht. Die Anfangskapazitäten der Kondensatoren wurden durch Parallelschalten zu einer entsprechend größeren Kapazität, deren Wert vorher gemessen war, bestimmt. Diese Zusatzschaltung war notwendig, um in den mittleren Gradeinteilungen der Seibtschen Brücke zu messen.

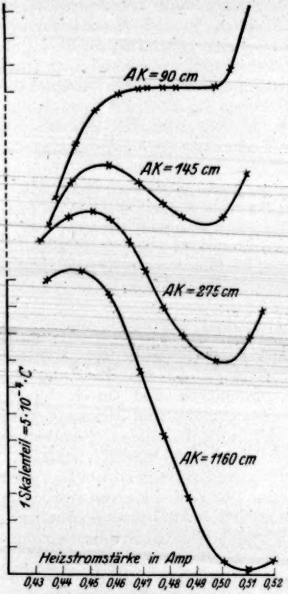


Fig. 4.

Die Zahlenwerte der Röhrengesamtkapazität einschließlich der Drossel-, Heiz- und Gitterzuleitungen konnten in der Versuchsanordnung der Fig. 1 direkt ermittelt werden. Wurde z. B. der Wert AK von 90 cm (Anfangswert $= AK_1$) auf 1160 cm $= AK_2$ vergrößert, so mußte die Größe von C (405 cm $= C_2$) auf 385 cm $= C_1$ verkleinert werden, damit die Frequenz dieses Kreises konstant blieb. Unter der Voraussetzung der hintereinandergeschalteten Kondensatoren AK und RK, die parallel zu C liegen, kann RK sogleich berechnet werden nach der Gleichung

$$C_1 + \frac{AK_1 \cdot RK}{AK_1 + RK} = C_2 + \frac{AK_2 \cdot RK}{AK_2 + RK}$$

RK ergibt sich zu 57 cm Kapazität. Die durch die stärkere Fadenheizung bedingte Kapazitätsänderung kann einmal aus der Eichung des Feinkondensators abgelesen werden, sie beträgt 2 cm; ferner wurde dieser Heizeinfluß direkt am Kondensator C abgelesen. An dessen Drehknopf war ein ca. 30 cm langer Hebelarm angebracht und am Ende mit einer Feinablesung versehen. In der Kurve der Fig. 5 sind als Ordinate die Kapazitätswerte von C aufgetragen, als Abszisse die des Anodenkondensators AK, als Parameter die einzelnen Heizstromstärken. Bei 1160 cm AK Kapazität bewirkt die Differenz zwischen starker und schwacher Heizung, wie bereits aus der Kurve der Fig. 4 abgelesen, ca. 2 cm Kapazität, d. h. $5 \cdot 10^{-3}$ des Wertes von C. Aus dieser Kurve kann zugleich der richtige Abstand der Kurven der Fig. 4 abgelesen werden, die, wie vorhin erwähnt, nicht maßstäblich betr. ihres Abstandes aufgetragen sind. Des weiteren spricht der hyperbelartige Kurvenverlauf der Fig. 5 für die Voraussetzungen dieser Arbeit.

Es wäre zu beantworten, durch welche Vorgänge in der Röhre die beobachteten Frequenzänderungen hervorgerufen sind. Die Annahme eines sekundären Effektes — z. B. durch die Änderung der Induktivität des Regulierwiderstandes

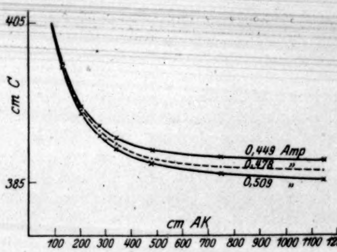


Fig. 5.

bei der Messung sei die Frequenzänderung bedingt — ist nicht zutreffend, wie durch folgenden Versuch entschieden werden konnte. In die Heizstromzuleitungen wurden dickdrähtige Drosseln eingeschaltet. Im Standardkreis der Fig. 1 sind sie durch HD bezeichnet. Wurde nun in die Zuleitung zwischen der Heizstrombatterie und den Heizdrosseln eine variable Selbstinduktion gelegt (in der Fig. 1 nicht gezeichnet), so rief deren Induktivitätsänderung keine Frequenzänderung hervor, während eine Heizstromstärkenänderung den früheren Frequenzeinfluß behielt. Auch treten Frequenzänderungen bei frisch geladenen oder sich stärker entladenden Akkumulatoren infolge der Spannungsverminderung von selbst besonders deutlich auf.

Da während der entsprechenden Meßreihen außer dem Regulierwiderstand keine anderen Größen des Schwingungskreises geändert wurden

ist der Einfluß der Heizstromstärke auf die Frequenz in der Röhre zu suchen. Nach den Berechnungen aus den Meßresultaten ergab der Heizstromeinfluß eine Frequenzänderung, die einer Kapazitätsvergrößerung des Röhrensystems um 2 cm entspricht. Diese Vergrößerung kann einmal durch eine tatsächliche Kapazitätsveränderung bedingt sein oder zweitens durch eine Scheinkapazität. Eine tatsächliche Kapazitätsänderung könnte durch eine Vergrößerung der Raumladung erklärt werden. Die emittierten Glühelektronen wirken bei der Heizstromsteigerung wie eine sich vergrößernde metallische Kathode, der Abstand zwischen der Anode und Kathode verkleinert sich, die Röhrenkapazität würde wachsen. Von F. Strecker (3) (p. 258) ist eine Erklärung des Heizstromeinflusses auf die Frequenz durch die Änderung des Röhrenwiderstandes gegeben, der bei stärkerer Heizung kleiner wird. Faßt man die von mir bestimmte Kapazitätsänderung $C' = 2$ cm als scheinbar auf, so ist nach F. Strecker der Heizstromeinfluß auf die Frequenz durch die Verkleinerung des Röhrenwiderstandes R zu erklären. Nach der bekannten Beziehung $R = \frac{1}{\omega C}$ würde eine Verkleinerung des Röhrenwiderstandes oder eine Kapazitätsvergrößerung durch die Raumladung in gleichem Sinne wirken, nämlich die Kapazität des Feinkondensators, der zur Kompensation der Frequenzänderung benutzt wird, müßte verkleinert werden, wie es auch gemäß den Kurven der Fig. 4 der Fall ist. Zur völligen Klärung des Kurvenverlaufes (Fig. 4) bei schwacher und starker Heizung müßten noch andere Eigenschaften der Röhre herangezogen werden. Jedoch soll an dieser Stelle nicht hierauf eingegangen werden. Die vereinfachten Voraussetzungen der Arbeit behalten ihre Berechtigung, gleichviel ob der Röhreneinfluß auf die Frequenz durch eine Widerstands- oder Kapazitätsänderung bedingt ist. Stets würde sich die Forderung ergeben, daß die Kapazität des Anodenkondensators AK klein gewählt werden muß. Durch eine Betrachtung von Grenzfällen kann dies gezeigt werden: Zwei verschieden große Kondensatoren AK_1 und AK_2 können durch je einen variablen Widerstand R an den Schwingungskreis LC angeschaltet werden. R soll von unendlich großen bis auf sehr kleine Werte verringert werden. Dann würde bei dieser Widerstandsveränderung die größere Kapazität einen entsprechend größeren Frequenzeinfluß ausüben als die kleine. Ein analoges Resultat ergibt sich, wenn statt des Widerstandes R ein variabler Kondensator eingeschaltet würde, der in den Grenzen von Null bis auf sehr große Werte variiert wurde.

Meßtechnisch ergibt sich für die Konstanterhaltung der Frequenzen aus den Untersuchungen die Vorschrift, daß die Röhre durch einen möglichst kleinen Anodenkondensator an den Schwingungskreis zu koppeln ist. In vielen Fällen wird die Schaltung der Fig. 6 benutzt. Diese Schaltung erscheint nach dem oben Gesagten nicht als günstig, denn bei dieser Schaltung ist die Röhre durch die große Kapazität der Anodenbatterie stark an den Schwingungskreis gekoppelt, zumal wenn die Anodenbatterie noch durch einen Blockkondensator AK (Fig. 6) überbrückt ist.

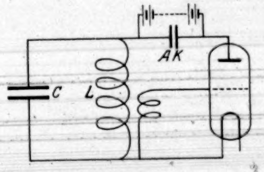


Fig. 6.

Will man bei dieser Schaltung die von mir angegebenen Vorsichtsmaßregeln anwenden, so müssen Drosseln in die Zuleitungen gelegt werden. Hierdurch und durch Überbrücken mittels eines entsprechend kleinen Kondensators lassen sich auch bei diesen Schaltungen hinreichend konstante Frequenzen erzielen. Einen anderen Nachteil hat ferner die in Fig. 6 skizzierte Schaltung. Der Emissionsstrom fließt durch die Selbstinduktion des Schwingungskreises und ergibt durch die Joulesche Erwärmung eine Widerstands- und damit eine Frequenzänderung.

Meßtechnisch wäre noch zu erwähnen, daß es ohne eine besondere Eichung nicht erlaubt ist, die Größe des AK (Fig. 1) für die Kapazitätsänderung von C zu benutzen, da nach den Kurven der Fig. 5 der Zusammenhang zwischen der Anodenkondensatorkapazität und der Gesamtkapazität quadratisch ist und außerdem von der Stärke der Heizung abhängt.

Wie die Kurven der Fig. 5 zeigen, wird bei einer kleinen AK-Kapazität diese mehr frequenzbestimmend als die Fadenheizung der Röhre. Nun ist die Kapazität eines Kondensators viel leichter konstant zu halten als die Akkumulatorenspannung, zumal, wenn ein thermisch kompensierter Kondensator benutzt wird, wie er früher von mir (14) p. 536 angegeben ist.

Eine weitere Nutzanwendung des Überlagerungsverfahrens sei hier noch mitgeteilt. Nach einer Idee von Herrn Professor F. Krüger müßte es bei Verwendung von Wechselstrom und einem Vibrationsgalvanometer möglich sein, Wärmestrahlungsmessungen in viel kürzerer Zeit auszuführen, als bei Verwendung von Gleichstrom.

Die angestellten Versuche bestätigten diese Erwartung. Die Methode wurde von dem Verfasser nach der Richtung erweitert, daß nicht die elektrische Widerstandsänderung des Bolometers bei der Bestrahlung gemessen wurde, sondern die thermische Ausdehnung eines geeigneten Materials. Die geringe Ausdehnung konnte durch das Überlagerungsverfahren nach Art des Ultramikrometers von Whiddington (9) gemessen werden. Die Methode ist kurz folgende: Die eine Platte des Meßkondensators liegt fest, die zweite ist am Ende eines Hebelarmes befestigt und wird durch ein dünnes, flaches Band aus Hartgummi getragen. Durch die thermische Ausdehnung bei der Bestrahlung verlängert sich das Bändchen. Die Kapazität des Kondensators vergrößert sich und ergibt eine Änderung der Schwebungsfrequenz. Diese Methode läßt sich bei erschütterungsfreiem Aufbau beliebig empfindlich gestalten, wenn der Abstand der Kondensatorplatten hinreichend klein gewählt wird und die Überlagerungsfrequenzen genügend konstant gehalten werden. Letzteres ist gemäß der vorhin beschriebenen Versuche zu erreichen.

Herrn Professor F. Krüger bin ich für das Interesse an der Arbeit zu besonderem Dank verpflichtet.

Literaturangabe.

1) L. Pungs u. G. Preuner, Physik. Zeitschr. **20**, 543, 1919.
2) J. Herweg, Verh. d. D. Phys. Ges. **21**, 572, 1919.
3) F. Strecker, Jahrb. d. drahtl. Tel. **22**, 244, 1923.
4) R. Jaeger u. A. Kussmann, Physik. Zeitschr. **28**, 645, 1927.
5) E. Giebe u. E. Alberti, Zeitschr. f. techn. Phys. **6**, 93 u. 135, 1925.
6) E. Grüneisen u. E. Merkel, Zeitschr. f. Phys. **2**, 277, 1920.
7) A. Scheibe, Jahrb. d. drahtl. Tel. **29**, 162, 1927.
8) Alfred Schulze, Zeitschr. f. Phys. **50**, 448, 1928.
9) R. Whiddington, Phil. Mag. **40**, 634, 1920.
10) Ma. Forré, Zeitschr. f. Phys. **47**, 430, 1928.
11) H. A. Stuart, Zeitschr. f. Phys. **47**, 457, 1928.
12) K. Wolf, Physik. Zeitschr. **27**, 588 u. 830, 1926.
13) W. W. Loebe u. C. Samson, Zeitschr. f. techn. Phys. **9**, 414, 1928.
14) F. Maske, Physik. Zeitschr. **28**, 533, 1927 u. Greifswalder Diss. 1924.
15) J. Obata, Journ. Opt. Soc. of Am. **16**, 419, 1928.

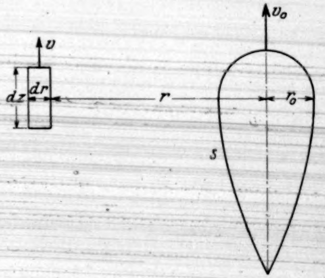
Greifswald, Physikalisches Institut der Universität.

(Eingegangen 25. Januar 1929.)

Der laminare Bewegungswiderstand.

Von H. Lorenz.

Bewegt sich ein fester Körper in einem unbegrenzten Mittel so langsam, daß die Wucht der verdrängten Flüssigkeit vernachlässigt werden kann, so unterliegt er wegen des Haftens an der Oberfläche nur der dort angreifenden Flüssigkeitsreibung, welche die Bewegung auch auf das umgebende Mittel überträgt. Wir denken uns der Einfachheit halber den Körper durch eine Umdrehungsfläche begrenzt und in deren Achsenrichtung z gleichförmig mit der Geschwindigkeit v_0 fortschreitend. In einem Abstande r von der Körper-



achse muß die Flüssigkeit infolge der Reibung die Geschwindigkeit v annehmen, die alsdann wieder durch die Reibung abklingt. Alsdann wirkt auf das ringförmige Flüssigkeitselement von der Dicke dr auf der Länge dz mit der Zähigkeit μ innen die Schubspannung

$$\tau = \mu \cdot \frac{dv}{dr}, \tag{1}$$

die nach außen auf $\tau + d\tau$ zunimmt. Mit dem Raumgewicht γ der Flüssigkeit und der Erdbeschleunigung g erhalten wir daher die Bewegungsgleichung des Elementes

$$\frac{d(\tau \cdot r)}{dr} = \frac{\gamma}{g} r \frac{dv}{dt}, \tag{2}$$

worin wir die Beschleunigung in erster Annäherung als gleichförmig und ihre Dauer t mit der Umströmungszeit des Körpers übereinstimmend ansehen dürfen. Ist dann s die Länge der relativen Flüssigkeitsbahn am Körper, d. h. der Meridianlinie auf einer Seite der Achse, so haben wir

$$\frac{dv}{dt} = \frac{v}{t} = \frac{v \cdot v_0}{s}. \tag{3}$$

Führen wir diesen Ausdruck mit (1) in die Bewegungsgleichung (2) ein und setzen noch abkürzungsweise mit der kinematischen Zähigkeit ν

$$\frac{\gamma \cdot v_0}{\mu \cdot g \cdot s} = \frac{v_0}{\nu \cdot s} = \alpha^2, \tag{4}$$

so folgt

$$\frac{d}{dr}\left(r\frac{dv}{dr}\right) = r\frac{d^2v}{dr^2} + \frac{dv}{dr} = \alpha^2 \cdot v \cdot r \tag{2a}$$

mit der durch Ansetzen einer Potenzreihe leicht zu findenden partikulären Lösung

$$v_1 = C_0\left(1 + \frac{\alpha^2 r^2}{2^2} + \frac{\alpha^4 r^4}{2^2 \cdot 4^2} + \frac{\alpha^6 r^6}{2^2 \cdot 4^2 \cdot 6^2} + \cdots\right) = C_0 \cdot y \cdot \tag{5}$$

Schreiben wir Gl. (2a) für v_1 an und eliminieren daraus und aus (2a) das Glied mit α^2, so ergibt sich als zweites partikuläres Integral

$$v_2 = C\int\frac{dr}{r \cdot y^2},$$

mithin als vollständiges Integral von (2a)

$$v = C_0 \cdot y + C\int\frac{dr}{r \cdot y^2}. \tag{5a}$$

Darin ist y die bekannte Besselsche Funktion $I_0(i\alpha r)$, die offenbar mit r unbegrenzt zunimmt, während für die Geschwindigkeit in der Umgebung des Körpers das Umgekehrte zutrifft und v mit $r = \infty$ verschwindet. Dieser Tatsache genügt das Integral (5) nur mit $C_0 = 0$, so daß für die Geschwindigkeitsverteilung allein

$$v = C\int\frac{dr}{r \cdot y^2} \tag{5b}$$

übrig bleibt. Daraus folgt aber

$$\frac{dv}{dr} = \frac{C}{r \cdot y^2} \tag{5c}$$

und eingesetzt in die linke Seite von (2a)

$$\alpha^2 v = \frac{1}{r}\frac{d}{dr}\left(r \cdot \frac{dv}{dr}\right) = -\frac{2C}{r \cdot y^3} \cdot \frac{dy}{dr} = -\frac{2Cy'}{ry^3}. \tag{6}$$

Entspricht demnach der Körpergeschwindigkeit v_0 der Halbmesser r_0, so bestimmt sich der Festwert C aus

$$C = -\frac{\alpha^2 v_0 r_0 y_0^3}{2y_0'} \tag{6a}$$

und damit geht (5c) über in

$$r \cdot \frac{dv}{dr} = -\frac{\alpha^2 \cdot v_0 \cdot r_0 \cdot y_0^3}{2y_0' \cdot y^2}. \tag{6b}$$

Andererseits ist der Widerstand des axial bewegten Umdrehungskörpers mit (1)

$$W = 2\pi\int \tau r\,dz = 2\pi\mu\int r\frac{dv}{dr} \cdot dz \cdots \tag{7}$$

oder unter Einführung der halben Meridianschnittfläche F durch $r \cdot dz = dF$

$$W = 2\pi\mu\int\frac{dv}{dr} \cdot dF = 2\pi\mu\left(\frac{dv}{dr}\right) \cdot F \cdots \tag{7a}$$

Darin stellt nach (6b)

$$\left(\frac{dv}{dr}\right)_1 = \frac{r_0}{r_1}\left(\frac{dv}{dr}\right)_0 = -\frac{\alpha^2 v_0 r_0 y_0}{2r_1 y_0'} \tag{8}$$

den dem mittleren Körperhalbmesser

$$r_1 = F : s \tag{9}$$

zugeordneten Mittelwert des Geschwindigkeitsgefälles an der Oberfläche dar, während nach (5)

$$\frac{y_0}{y_0'} = \frac{2}{\alpha^2 \cdot r_0}\,\frac{1 + \frac{\alpha^2 r_0^2}{2^2} + \frac{\alpha^4 \cdot r_0^4}{2^2 \cdot 4^2} + \frac{\alpha^6 r_0^6}{2^2 \cdot 4^2 \cdot 6^2}}{1 + \frac{\alpha^2 r_0^2}{2 \cdot 4} + \frac{\alpha^4 r_0^4}{2 \cdot 4^2 \cdot 6} + \frac{\alpha^6 r_0^6}{2 \cdot 4^2 \cdot 6^2 \cdot 8}} = \frac{2f(\alpha^2 r_0^2)}{\alpha^2 r_0} \tag{10}$$

ist. Damit wird aus (8)

$$\left(\frac{dv}{dr}\right)_1 = -\frac{v_0}{r_1}f(\alpha^2 r_0^2) \tag{8a}$$

und schließlich der Widerstand (7a) mit (9)

$$W = 2\pi\mu\, v_0 f(\alpha^2 r_0^2)\frac{F}{r_1} = 2\pi\mu\, v_0\, s f(\alpha^2 r_0^2). \tag{11}$$

Das Argument der hierin vorkommenden Funktion $f(\alpha^2 r_0^2)$

$$\alpha^2 r_0^2 = \frac{v_0 r_0^2}{\nu \cdot s} \tag{4a}$$

ist eine dimensionslose Zahl, die sowohl für $v_0 = 0$, als auch $r_0 = 0$ verschwindet, womit dann $f(\alpha^2 r_0^2)$ den unteren Grenzwert 1 annimmt. Mit $\alpha^2 r_0^2$ wächst auch $f(\alpha^2 r_0^2)$, da die einzelnen Potenzen der Reihe im Nenner von (10) kleinere Beiwerte besitzen als im Zähler. Der Ausdruck (4a) ist offenbar die für den axialen Bewegungszustand eines Umdrehungskörpers maßgebende Reynoldssche Zahl, die nicht allein den größten Halbmesser r_0, sondern auch dessen Verhältnis zur Meridianlänge s enthält und damit der Gestalt des Körpers entsprechend den Ähnlichkeitsbedingungen gerecht wird. Dies wird noch deutlicher durch Ausschalten von $\mu \cdot s$ aus (11) und (4) bzw. (4a), womit sich für den Widerstand mit $\pi r_0^2 = F_0$

$$W = 2\frac{f(\alpha^2 r_0^2)}{\alpha^2 r_0^2} \cdot \frac{\gamma}{g} v_0^2 F_0, \tag{11a}$$

also ein scheinbar quadratisches Gesetz mit einem nur von der Reynoldsschen Zahl abhängigen Beiwert ergibt. Handelt es sich z. B. um eine Kugel, so ist

$$\left.\begin{aligned} s = \pi \cdot r_0;\quad \alpha^2 r_0^2 = \frac{v_0 v_0}{\pi r} \\ W = 2\pi^2\mu v_0 r_0 f(\alpha^2 r_0^2) \end{aligned}\right\} \tag{12}$$

mit dem Sonderwert $W = 2\pi^2\mu v_0 r_0$ für sehr

kleine $\alpha^2 r_0^2$, während hierfür Stokes[1]) $W'' = 6\pi\mu v_0 r_0$ auf ganz anderem Wege ableitet. Das Verhältnis beider Werte $W : W'' = \pi : 3 = 1{,}05$ liegt durchaus im Gültigkeitsbereich der Formeln und kann als befriedigende Übereinstimmung angesprochen werden.

Für eine unendlich dünne axial bewegte Kreisplatte ergibt sich unter denselben Umständen

$$\left.\begin{aligned} s = 2r_0; \quad \alpha^2 r_0^2 = \frac{v_0 r_0}{2\nu} \\ W = 4\pi\mu v_0 r_0 \end{aligned}\right\} \qquad (13)$$

und für einen unendlich dünnen Stab von der Länge s mit $r_0 = 0$

$$\alpha^2 r_0^2 = 0; \quad W = 2\pi\mu v_0 s, \qquad (14)$$

also merkwürdigerweise ein endlicher Wert, der sich aus der Ausbildung eines Strömungsfeldes in der Nachbarschaft infolge des Haftens an der bewegten Geraden erklärt.

1) Vgl. z. B. Kirchhoff, Mechanik, 26. Vorlesung; Lamb-Friedel, Lehrbuch der Hydrodynamik 1907, § 339; M. Planck, Mechanik deformierbarer Körper, 1919.

(Eingegangen 19. Januar 1929.)

Das Thermoelement *Te/Bi* und seine praktischen Anwendungen.

Von M. A. Lewitsky und M. A. Lukomsky.

Tellur und Wismut stellen die äußersten Glieder der bis jetzt bekannten thermoelektrischen Reihe dar und müßten deshalb das empfindlichste Thermopaar geben. Die thermoelektrischen Eigenschaften von *Te* wurden ausführlich von Hacken[1]) untersucht. Es gibt nach Hacken zwei Modifikationen von Tellur, *Te-α* und *Te-β*, indem *Te-α* bei 354° C in *Te-β* übergeht. Die thermoelektrische Kraft des Paares *Te-β/Cu* kann bis 600 μ-V pro 1° C erreichen, während sie für *Te-α/Cu* ungefähr 160 μ-V beträgt. Im gewöhnlichen käuflichen Tellur kann sie verschiedene zwischenliegende Werte haben. Nach allen älteren Forschungen, wie auch nach Hacken, sind alle elektrische Eigenschaften von *Te* sehr veränderlich und unbestimmt. Das gilt für *Te*, welches nach verschiedenen Methoden angefertigt wurde[2]). Besonders bei der Erwärmung und nachfolgender Abkühlung ändern sich der Widerstand und andere elektrischen Größen ganz unregelmäßig. Was den Widerstand betrifft, so steigt er dabei auf die Größen an, welche die anfängliche Größe manchmal zehnmal übertreffen. Bei 0° C hat nach Hacken *Te-α* den spezifischen Widerstand zwischen 0,01 und 0,3 Ω cm, und *Te-β* zwischen 4 und 0,2 Ω cm. Bridgman gibt für *Te* den Wert 0,5 Ω cm[1]).

1) W. Hacken, Ann. d. Phys. **32**, 291, 1910.

2) C. Friedheim, Handbuch der anorganischen Chemie III, 2.

Wahrscheinlich wegen der genannten Unregelmäßigkeiten wie auch wegen des großen Widerstandes und leichter Zerbrechlichkeit wird *Te* für Thermoelemente nicht angewandt. Die große Thermokraft von *Te*, die es mit anderen gewöhnlichen Metallen gepaart zeigt, verlockt aber sehr zu seiner Anwendung bei der Messung kleinster Temperaturdifferenzen, bei welchen vielleicht seine Eigenschaften sich genügend beständig verhalten.

Wir versuchten die Thermoelemente *Te/Bi* aus dem von der Firma Kahlbaum erhaltenen Tellurium und Wismut herzustellen. Da uns die Unregelmäßigkeit des *Te*-Widerstandes, welche alle alte Messungen ergeben, besonders bedenklich schien, so haben wir zuerst den spezifischen Widerstand von unserem *Te* gemessen. Das Metall wurde als fertige Kahlbaumstäbchen 2—4 cm lang und 2,9 mm dick und auch als Stäbchen, die in Gläsröhrchen nach dem Schmelzen von Kahlbaums-*Te* erhalten wurden, genommen. Wir haben gefunden, daß bei den Kupferdrähten, die als Zuleitungsdrähte in Tellurstab eingeschmolzen wurden, und auch beim Einklemmen der Enden des Stabes für dieselben Zwecke, wirklich solche Änderungen entstehen, welche in früheren Untersuchungen gefunden worden sind. Es wurden verschiedene Metalle als Zuleitungsdrähte versucht und es erwies sich, daß Konstantandrähte am geeignetsten sind, um einen befriedigenden Kontakt beim Einschmelzen in *Te* zu geben. Die folgende Tabelle gibt die Resultate der Messungen an einigen Stäbchen wieder, und zwar für ungeschmolzene Kahlbaumstäbchen wie auch für die im Glase geschmolzenen (mit * versehen).

Nr. des Stäbchens	Eingeschmolzene Drähte	Anfänglicher Widerstand	Nach der Erwärmung bis 100° und Abkühlung
1*	Kupfer	13,3	100
10	,,	4,4	50
17	,,	3,4	9,5
13	Konstantan	13,1	12,7
14*	,,	9,7	9,7
16*	,,	14	13,9

Gemessen wurden 17 Stäbchen von verschiedenen Dicken und Längen. Die geschmolzenen Stäbe schienen viel bestimmtere Resultate zu geben als die nicht geschmolzenen. Für die ersten haben wir den spezifischen Widerstand zu: $\varrho_0 = 0{,}29$ Ω cm bestimmen können.

1) Conductibilité électr. des métaux. 4e Congrès de physique Solvay, p. 68. 1927.

Bei der Erwärmung nahm ϱ_0 immer ab. Als Temperaturkoeffizient des Widerstandes haben wir zwischen 0^0 und 100^0 gefunden:

$$\alpha_{0,100} = -0{,}00379\,.$$

Mit der steigenden Temperatur nimmt der absolute Wert von α ab. So haben wir gefunden:

$$\alpha_{0,320} = -0{,}002\,.$$

Eine eingehendere Untersuchung der Abhängigkeit von α von der Temperatur wurde nicht vorgenommen.

In folgendem wurden nur geschmolzene Tellurstäbchen mit Konstantandrähten als Zuleitung verwendet.

Die Thermoelemente wurden in zwei Hauptformen angefertigt. Die erste war für gröbere, vielleicht technische, Messungen geeignet, die zweite sollte zu Strahlungsmessungen dienen. Die erste Form zeigt Fig. 1. Infolge seines großen spezif. Widerstandes mußte *Te* in dicken Stäben genommen werden. Die von uns benutzte Dicke war gleich 4,5 mm. Die Wismutstäbchen waren viel dünner, und zwar 0,5—1 mm dick. Wegen

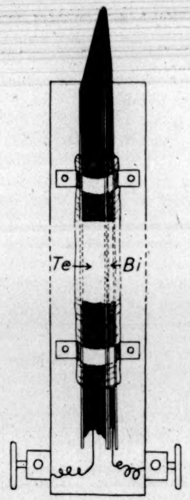


Fig. 1.

der großen Zerbrechlichkeit beider Metalle mußten die Stäbchen in Glashüllen genommen werden, so daß nur die äußeren Enden frei blieben. Das Zusammenlöten beider Metalle bereitet einige Schwierigkeiten wegen ihrer starken Oxydation. Außerdem macht die Zerbrechlichkeit einer solcher Lötstelle sie praktisch unbrauchbar. Deshalb waren wir zu folgender Art der Vereinigung beider Metalle gekommen. Die ausgezogenen Enden beider Stäbchen wurden dicht einander genähert und mittels eines kleinen Konstantanbügels vereinigt. Die äußere Länge dieses Bügels kann ungefähr gleich 1 mm gemacht werden. Wir haben die Länge des Stäbchens verschieden genommen von 12 bis 30 cm. Sein Widerstand war von 3 Ω bis 70 Ω.

Das Thermoelement mit dem 20 cm langen Stabe wurde mittels dreier konstanter Temperaturpunkte (0^0, 60^0 und 100^0) graduiert und mit dem Thermoelement *Fe/Cnst* verglichen. Die Resultate gibt Fig. 2. Das benutzte Meßinstrument war ein Millivoltmeter, dessen 150 Skalenteile gleich 45 mV waren. Man sieht, daß das Thermoelement *Te/Bi* sich sechsmal empfindlicher erweist als *Fe/Cnst*, so daß wir mit unserem ziemlich groben Spannungsmesser Zehntelgrade messen konnten ($0{,}1^0$ entsprach fast 0,3 Skalenteile, was man genau ablesen kann).

Die thermoelektrische Kraft wurde nicht speziell untersucht; aus den beobachteten Strom-

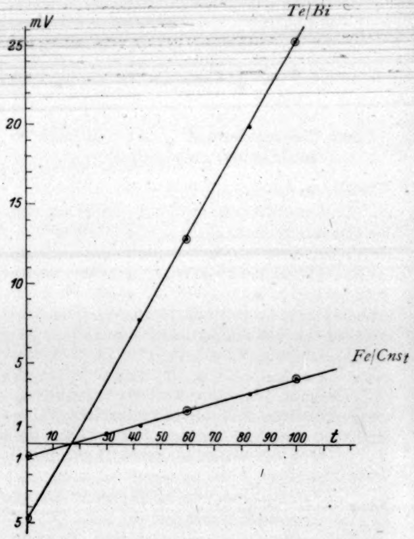


Fig. 2.

stärken und Widerständen ließ sie sich auf 360 μ-V pro 1^0 C schätzen.

Eine technische Anwendung, welche wir mit dem Thermoelemente Fig. 1 auszuführen versuchten, war die Messung des Temperaturabfalles längs einem eisernen Stabe, dessen Enden bei konstanter Temperatur, nämlich bei 0^0 und $17{,}5^0$ (Wasser bei Zimmertemperatur) gehalten

wurden. Fig. 3 zeigt die erhaltenen Kurven, und zwar *I—I* für *Te/Bi*, *II—II* für *Fe/Cnst*; die gestrichelte Kurve ist die theoretische Kurve, die nach der Gleichung:

$$\Theta - t = Ae^{+ax} + Be^{-ax}$$

konstruiert wurde. Θ ist Zimmertemperatur, A, B und a sind Konstanten, die experimentell ermittelt wurden. Das benutzte Millivoltmeter war dasselbe, wie oben. Wir sehen, wieviel genauer

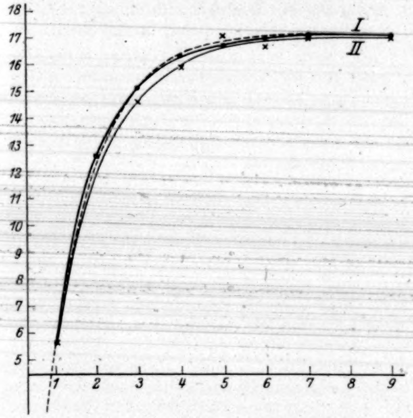


Fig. 3.

mit *Te/Bi* als mit *Fe/Cnst* man den Gang der Temperatur in relativ kleinem Intervalle mit einem ziemlich groben Instrumente messen kann.

Besonders wichtig sollte die Anwendung von *Te/Bi* zur Messung der Strahlung sein. Für diese Zwecke muß aber das Thermoelement eine besondere Form haben, die einen kleinen Widerstand und kleine Wärmekapazität der Lötstelle besitzt. Bekanntlich kann man heutzutage beliebig dünne Fäden aus *Te* herstellen[1]), aber diese Fäden besitzen einen sehr großen Widerstand, so daß der Vorteil der großen Thermokraft seine Bedeutung verliert. Deshalb haben wir die *Te*-Fäden, welche die eine von uns zuerst benutzte[2]), später verlassen und für das Thermoelement eine Form gewählt, die auf Fig. 4 gezeigt ist. Ein kleines konisches Röhrchen mit *Te* hat das spitze Ende offen und in dasselbe wird bei seiner Erwärmung ein dünner, auch im Glase gehüllter, Wismutfaden eingesteckt. Ein kleines Tröpfchen der *Te—Bi* Legierung, das dabei aus dem Ende des konischen Röhrchen austritt, spielt die Rolle der Lötstelle, auf welche die Strahlen gesammelt werden. Die Dimensionen des Tröpfchens können ganz klein gemacht werden. In unserem Thermoelemente war sein Durchmesser ungefähr 0,5 mm. Die Verbindung mit dem Galvanometer geschah mittels der eingeschmolzenen Konstantandrähtchen. Der Widerstand dieses Thermoelementes betrug 10 Ω und könnte viel kleiner gemacht werden.

1) G. F. Taylor, Phys. Rev. V. **23**, 655, 1924.
2) M. Lewitsky, Physik. Zeitschr. **27**, 177, 1926.

Wenn man auf die Lötstelle des beschriebenen Thermoelementes das Licht einer Hefner-Lampe mittels eines Spiegels von 3 cm Brennweite und 2 cm Durchmesser konzentrierte, so bekam man in 5 m Abstande eine Ablenkung von 20 bis 25 mm (Empfindlichkeit des Galvanometers gleich 1.10^{-9} A), und im Abstande 3 m etwa 55 mm.

Es wurde weiter versucht mit dem letzten Thermoelemente die Energie in den Wasserstoffs-

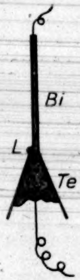


Fig. 4.

linien zu messen. Das Licht einer gewöhnlichen Geißlerröhre, die von einem Induktorium mit 20 cm Schlagweite erregt wurde, zerlegte man mittels eines Rowlandschen Gitters von 1,5 m Radius, 4,5 cm Breite und 5000 Striche pro 1 cm. Das Tröpfchen des Thermoelementes wurde mittels einer Lupe auf die Abbildung einer Wasserstoffslinie in der ersten Ordnung eingestellt. Das Thermoelement befand sich in einem schwarzen Kartonkasten, der nur eine Öffnung für den Eintritt der Strahlen hatte, alles wurde noch in einem Holzkasten eingeschlossen und mit schwarzem Tuche bedeckt. Das benutzte Galvanometer hatte die Empfindlichkeit $1,7\ 10^{-10}$ A bei 196 Ω Widerstand. Es wurde erhalten mit H_α eine Ablenkung gleich 3—4 mm; mit der Linie H_β war die Ablenkung gleich 0,5—1 mm. Das gab im Mittel für das Verhältnis der Integralintensitäten beider Linien ungefähr 5,25. Die Theorie fordert bekanntlich die Zahl 5,37[1]).

1) Vgl. J. L. Snoek u. L. S. Ornstein, Zeitschr. f. Phys. **50**, 600, 1928.

Leningrad, Phys. Techn. Staatslaboratorium.

(Eingegangen 19. Dezember 1928.)

VORTRÄGE VON DER TAGUNG DES GAUVEREINS SACHSEN-THÜRINGEN-SCHLESIEN DER DEUTSCHEN PHYSIKALISCHEN GESELLSCHAFT IN LEIPZIG AM 19. UND 20. JANUAR 1929.

H. Teichmann (Dresden), Über die Höchstgeschwindigkeit lichtelektrischer Elektronen im selektiven Empfindlichkeitsbereich des Kaliums.

Bestrahlt man Alkalimetalle mit monochromatischem Licht verschiedener Frequenz, so tritt in einem bestimmten Spektralbereich, im selektiven Gebiet, eine besonders starke Elektronenemission auf. Die Abhängigkeit dieses Effektes von der Polarisation des bestrahlenden Lichtes legt es nahe, ihn als ein Resonanzphänomen aufzufassen. Dann ist parallel zu dieser quantitativen Selektivität eine qualitative, nämlich ein starkes Anwachsen der Elektronengeschwindigkeiten, zu erwarten. Im Gegensatz dazu fordert die Einsteinsche Gleichung, daß keine qualitativen Unterschiede zwischen dem normalen und selektiven, lichtelektrischen Effekt bestehen dürfen.

Zur Klärung dieser Frage werden die Höchstgeschwindigkeiten lichtelektrischer Elektronen mit Hilfe der Gegenspannungsmethode an Kalium im Hochvakuum gemessen.

Möglichst saubere Ergebnisse sollen durch besondere Vorrichtungen erreicht werden, die die Meßzelle aufweist. Um Kaliumdampf vom Inneren der Zelle fernzuhalten, wird das Kalium, ein Stück von der Zelle entfernt, nach mehrfacher Destillation auf eine elektromagnetisch verschiebbare Glasschaufel getropft. Eine weitere Einrichtung gestattet die Kontaktpotentialdifferenz zwischen dem Kaliumtropfen und der kugelförmigen Auffangelektrode aus Kupfer (Netz) nach der Thomson-Pellatschen Kompensationsmethode zu bestimmen. An Stelle der Ausfällung eines als Netz dienenden Metallniederschlages tritt eine verschiebbare Verdampfungseinrichtung, die einen weitgehend gasfreien Beschlag nach Zusammensetzung der Apparatur im Hochvakuum herzustellen gestattet.

Die Messungen ergeben innerhalb der Fehlergrenzen eine Übereinstimmung der beobachteten Werte der Höchstgeschwindigkeiten in Abhängigkeit von der Frequenz des bestrahlenden Lichtes mit den aus der Einsteinschen Gleichung errechneten.

Eine ausführliche Mitteilung erscheint demnächst in den Annalen der Physik.

Dresden, Physikalisches Institut der Sächsischen Technischen Hochschule, Januar 1929.

L. Bergmann u. W. Düring (Breslau), Experimentelle Untersuchungen der Veränderung der Dielektrizitätskonstante eines verdünnten Gases durch Elektronen.

Die von verschiedener Seite aufgestellte Formel für die Dielektrizitätskonstante ε eines ionisierten Gases beim Durchgang einer elektrischen Welle mit der Kreisfrequenz ω

$$\varepsilon = \varepsilon_0 - \frac{4\pi N e^2 m}{m^2\omega^2 + f^2},$$

in der ε_0 die Dielektrizitätskonstante des nicht ionisierten Gases, N die Anzahl der Ionen bzw. Elektronen im Kubikzentimeter des Gases, e die Ladung und m die Masse eines Ions bzw. Elektrons und f eine Reibungskonstante bedeutet, wird experimentell quantitativ geprüft. Die Messungen der Dielektrizitätskonstanten werden nach der bekannten zweiten Drudeschen Methode ausgeführt. Der Versuchskondensator befindet sich im Hochvakuum und der Raum zwischen den Kondensatorplatten kann von einer Glühkathode aus mit Elektronen beschickt werden. Die Elektronendichte wird zwischen 0 und $4 \cdot 10^7$ Elektronen pro ccm variiert. Die Messungen werden mit Wellenlängen zwischen 100 und 250 cm ausgeführt und ergeben eine Verkleinerung der Dielektrizitätskonstanten im Sinne der oben angegebenen Formel. Die gemessenen Werte stimmen mit den errechneten innerhalb der Fehlergrenzen gut überein. Die Arbeit erscheint demnächst ausführlich in den Annalen der Physik.

Hermann Senftleben und Ottilie Richemeier (Breslau), Experimentelle Untersuchungen über den Reaktionsverlauf bei der Bildung von molekularem Wasserstoff aus den Atomen.

Ausgehend von den Untersuchungen von Senftleben (Zeitschr. f. Phys. **32**, 922, 1925 und **33**, 871, 1925) über die Bestimmung des Dissoziationszustandes eines Gases auf Grund der Messung des Wärmeleitvermögens desselben, haben die Verf. den zeitlichen Verlauf der Reaktion $H + H = H_2$ näher verfolgt. Es erwies sich als möglich, eine Methode zur quantitativen Untersuchung derartiger Reaktionen auszubauen.

Die bisher für Wasserstoff vorliegenden Ergebnisse zeigen einen Verlauf der Reaktion, der mit dem theoretisch zu erwartenden im Einklang ist.

Eine ausführliche Mitteilung erscheint in der Physikalischen Zeitschrift.

K. Schuster und E. Waetzmann (Breslau), Über den Nachhall in geschlossenen Räumen.

Die Berechnung der Nachhalldauer eines geschlossenen Raumes wird als Randwertaufgabe durchgeführt, und es wird diskutiert, welche Nachhalldauer die günstigste ist.

BESPRECHUNGEN.

W. Voigt, Lehrbuch der Kristallphysik. (Teubners Lehrbücher der mathematischen Wissenschaften Bd. XXXIV.) 2. Aufl. Nachdruck der 1. Auflage, ergänzt durch eine spätere Arbeit des Verfassers und mit einem Geleitwort von Professor M. v. Laue. 8°. XXVI u. 78 S. Mit 213 Fig. im Text und mit einer Tafel. Leipzig, B. G. Teubner. 1928. Geb. RM. 41.—.

Die erste Ausgabe dieses 1910 erschienenen Werkes ist in dieser Zeitschrift, Bd. 12, S. 118, 1911 eingehend besprochen worden. In einem von M. v. Laue der neuen Ausgabe beigefügten Geleitwort wird die Bedeutung und die Eigenart des Voigtschen Buches kurz gewürdigt:

„Aber jene ganze Epoche beschäftigte sich überhaupt weniger mit der Molekulartheorie als mit der Phänomenologie der Kristalle. Und was sie darin geschaffen hat und was deshalb den überwiegenden Teil dieses Buches bildet, hat gerade wegen seines rein formalen Charakters, den man ihr manchmal zum Vorwurf gemacht hat, einen bleibenden Wert . . .

. . . Aber es erscheint kaum möglich, Voigts Buch daraufhin umzuarbeiten. Es ist in seiner konsequenten Durcharbeitung in den Beziehungen, die von einem Kapitel zum anderen führen, ein Meisterwerk, das man durch Veränderungen im einzelnen nur zerstörte. Will man hier etwas verbessern, so muß man ein ganz neues Buch schreiben. Und wer unter den neuen Physikern versenkte sich wohl mit so viel Liebe in den Gegenstand, wie Woldemar Voigt es getan? Ohnedem aber wird sicher nichts Gleichwertiges geschaffen."

Hiermit ist in der Tat alles Wesentliche über den Charakter des Voigtschen Buches gesagt. Gewiß liebte es auch Voigt, für seine Theorien ein molekulartheoretisches Bild zu suchen und empfand es als einen Mangel der Theorie, wenn ein solches sich nicht finden ließ. In seinen Veröffentlichungen dagegen wurden dergleichen Hilfsvorstellungen nach Möglichkeit vermieden, da sie speziellere Hypothesen enthalten als zur Aufstellung der Theorien nötig sind, und die sich daher der Kontrolle durch das Experiment entziehen. Er hielt es für unzweckmäßig, ein spezielles (z. B. mechanisches) Atommodell anzugeben, wenn die abgeleiteten Resultate sich bereits aus allgemeinen Grundsätzen der Mechanik, denen ja jedes spezielle mechanische Modell genügen muß, gewinnen ließen. Diesem Streben, nicht mehr Hypothesen zu Hilfe zu nehmen, als unbedingt zur Aufstellung der Differentialgleichungen nötig ist, entspringt jene phänomenologische Art der Darstellung, welche bereits die früheren Werke, insbesondere das „Compendium der Theoretischen Physik" und die „Thermodynamik" charakterisiert; sie findet sich in größter Vollendung in der einheitlichen Darstellung der Kristallphysik in dem vorliegenden Buche.

Försterling.

W. Grotrian, Graphische Darstellung der Spektren von Atomen und Ionen mit ein, zwei und drei Valenzelektronen. I. Teil: XII u. 245 S. und II. Teil: X u. 168 S. Berlin, Julius Springer. 1928. RM 34.—, geb. RM 36.40.

Das Erscheinen dieser schon lange angekündigten Monographie wurde von jedem Spektroskopiker sicher mit Freude begrüßt. Es war ein glücklicher Gedanke, dem zweiten Teil, der die im Titel genannten graphischen Darstellungen enthält, durch einen ersten textlichen Teil zu beleben, denn dadurch wird das Buch auch für den wertvoll, der sich in das Gebiet der Spektralserien einarbeiten will.

Der erste Teil behandelt nach einem kurzen einleitenden Kapitel ausführlich die Spektren von H und $He+$. In historischer Folge wird die Bohrsche und Sommerfeldsche Theorie des H-Atoms entwickelt, die n_k-Klassifikation der Terme dargestellt und dann die neuere Entwicklung anschaulich geschildert (rotierendes Elektron, n_{lj}-Klassifikation). Bei der Besprechung der Spektren von Atomen mit einem Valenzelektron dient das Lithium-Bogenspektrum dazu, die Termformeln, die verschiedenen Serien und Terme in plastischer Weise darzustellen und die Symbolik zu vermitteln. Die Dublett-Struktur wird am Na-Spektrum erläutert. In gleich anschaulicher Weise finden die Spektren der Atome und Ionen mit zwei und drei Valenzelektronen ihre Behandlung; kurz eingeflochten sind immer Betrachtungen über die modellmäßige Deutung der Terme. Im siebten Kapitel werden die Röntgenspektren behandelt und in einem achten die Bedeutung des Moseleyschen Gesetzes für die optischen Terme. Der übrige Teil des Buches ist den „anomalen" Termen gewidmet und den serienlosen Spektren einiger Ionen mit zwei Valenzelektronen.

Der zweite Teil enthält die graphischen Darstellungen. Für die bekanntesten Spektren wird zuerst die Darstellung des Gesamtspektrums in der Skala der Wellenzahlen und Zerlegung in Einzelserien gegeben, dann das Term-(Niveau-)schema. Wenn auch für genauere, eingehendere Rechnungen ein Termtabellenwerk unentbehrlich sein wird, so erhält man doch durch diese graphischen Darstellungen mit

einem Schlag den gewünschten Einblick in die Struktur eines Spektrums. Für die große Mühe die sich Grotrian mit der Herstellung der musterhaft angelegten und ausgeführten Zeichnungen gemacht hat, wird jeder Spektroskopiker ihm reichen Dank wissen.

Die dem Andenken Carl Runges gewidmete Monographie stellt eine wertvolle Bereicherung der spektroskopischen Literatur dar. Sie kann dem Studierenden als Einführung in das Gebiet der Gesetzmäßigkeiten der Linienspektren sehr empfohlen werden, enthält aber auch für den Forscher auf diesem Gebiet vieles Neue, oder altes in neuer Form.

K. W. Meißner.

Tagesereignisse.

Ernst Abbe-Gedächtnispreis. Der von der Carl Zeiss-Stiftung zu Jena begründete Ernst Abbe-Gedächtnispreis und die damit verbundene Abbe-Medaille, die im Jahre 1928 zum ersten Male für Anwendungsgebiete der Mathematik und Physik zur Vergebung kommen sollten, sind nach dem Urteil des Preisgerichts (Prof. Hecker-Jena, Prof. Prandtl-Göttingen, Prof. Zenneck-München) dem Professor Dr. Dr. ing. h. c. Alexander Meissner-Berlin, dem „Erfinder des Röhrengenerators", zuerkannt worden.

Die Danziger Hochschule lädt ein. Die Technische Hochschule der Freien Stadt Danzig feiert vom 18.—20. Juli 1929 ihr fünfundzwanzigjähriges Bestehen, das — wissenschaftlich und kulturell gleich bedeutsam — festlich begangen werden soll. Die Hochschule der alten Hansastadt an der Ostsee erwartet in diesen Festtagen ihre Angehörigen, ihre Freunde, ihre früheren Lehrer und Schüler aus aller Welt.

Die Erinnerung an Danzig und an hier verlebte schöne Sommertage wird in vielen den Wunsch lebendig werden lassen, dieses Fest mit uns zu begehen. Kommt alle, die Ihr Verständnis habt für die Kultur des Ostens, für ihre Aufgaben und ihre Schwierigkeiten!

Teilt uns möglichst bald mit, ob wir Euch mit Euren Angehörigen erwarten dürfen. Werbt auch bei Euren Freunden für diese Fahrt. Ihr könnt zu Wasser, zu Land oder in der Luft hierherkommen. Wir möchten möglichst zeitig für gute Unterkunft versorgen.

Gebt also schnell Eure Zusagen an die Hauptgeschäftsstelle unserer Hochschule. Wir freuen uns auf Euer Kommen!

Rektor und Senat
der Technischen Hochschule Danzig.

Personalien.

(Der Herausgeber bittet die Herren Fachgenossen, der Schriftleitung von eintretenden Änderungen möglichst bald Mitteilung zu machen.)

Habilitiert: An der Technischen Hochschule Braunschweig Dr. Lübcke für Physik, an der Universität Tübingen Dr. F. Seidel für Chemie.

Ernannt: Der a. o. Professor für angewandte Mathematik an der Universität Königsberg Dr. Theodor Kaluza zum ord. Professor der Mathematik an der Universität Kiel (an Stelle des verstorbenen Dr. Ernst Steinitz), der Privatdozent an der Technischen Hochschule München Dr. Ferdinand Oberhauser zum ord. Professor für Chemie an der Universität Santiago de Chile, der wissenschaftliche Hilfsarbeiter am Institut für theoretische Physik an der Universität Hamburg Privatdozent Dr. Pascual Jordan zum a. o. Professor, der Privatdozent der physikalischen Chemie an der Universität Gießen Dr. Lothar Hock zum a. o. Professor ebenda.

Gestorben: Der Vorstand des Laboratoriums für organische und pharmazeutische Chemie an der Technischen Hochschule Stuttgart Dr. William Küster, Professor Dr. Edmund Parow (chemische Technologie) in Berlin-Grunewald, der Professor für Chemie an der Northwestern University in Chicago Dr. Hermann Redenbaugh, der frühere ord. Professor für Elektrotechnik an der Technischen Hochschule Darmstadt Geheimer Rat Dr. Erasmus Kittler, der Vorstand der Physikalischen Abteilung der Accumulatoren Fabrik Berlin Professor Dr. Bruno Donath, der Professor der anorganischen Chemie an der Technischen Hochschule Trondhjem Dr. Erling Schreiner, der ord. Professor der organischen Chemie an der Universität Lausanne Dr. Fréderic Kehrmann.

Angebote.

Physiker

mit abgeschlossenem Studium und Praxis in

Elektrotechnik, Gastechnik und Metallographie

für Forschungslaboratorium auf dem

Autogengebiet

gesucht. Angebote mit Lebenslauf, Zeugnisabschriften, Lichtbild und Gehaltsansprüchen sind zu richten unter **V. 4008** an **„Iha" Annoncen-Expedition, Berlin W 9.**

Laboratoriums-Ingenieur

mit Erfahrungen auf dem Gebiete der

Niederfrequenz- und Lautsprechertechnik

von größerer Firma Mitteldeutschlands zum baldigen Antritt gesucht. Jüngere, möglichst akademisch gebildete Herren, die Erfahrungen in der Konstruktion von Niederfrequenz-Verstärkern bei größeren Firmen bereits gesammelt haben, werden bevorzugt. Ausführliche Bewerbungen mit Zeugnisabschriften, Gehaltsansprüchen u. Angabe des frühesten Eintrittstermines werden erbeten unt. **S.H. 15** a. d. Verlag dieser Zeitschrift.

Für die Schriftleitung verantwortlich Prof. Dr. F. Harms in Würzburg. — Verlag S. Hirzel in Leipzig.
Druck von August Pries in Leipzig